Ασφαλίσεις κατά ζημιών
Πρωινά θέματα 2015

Ερώτηση 1

Έστω g η κατανομή της έκδοσης των συμβολαίων και f η κατανομή του κινδύνου. Αν τα συμβόλαια έχουν διάρκεια 1/κ, τότε τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα είναι

(Α) $\sum_{i=0}^{k-1} \int_{i}^{(i+1)/k} g(s) \int_{0}^{s} f(t)dtds + \int_{(k-1)/k}^{1} g(s) \int_{s}^{1} f(t)dtds$

(Β) $\sum_{i=0}^{k-1} \int_{i}^{(i+1)/k} g(s) \int_{s}^{s+1/k} f(t)dtds + \int_{(k-1)/k}^{1} g(s) \int_{s}^{1} f(t)dtds$

(Γ) $\sum_{i=0}^{k} \int_{i}^{(i+1)/k} g(s) \int_{0}^{s} f(t)dtds$

(Δ) $\sum_{i=0}^{k} \int_{i}^{(i+1)/k} g(s) \int_{s}^{s+1/k} f(t)dtds$

(Ε) $\sum_{i=0}^{k-2} \int_{i/k}^{(i+1)/k} g(s) \int_{s}^{s+1/k} f(t)dtds + \int_{(k-1)/k}^{1} g(s) \int_{s}^{1} f(t)dtds$

Ερώτηση 2

Ποιο από τα παρακάτω δεν ισχύει:

(Α) Το μέτρο έκθεσης στον κίνδυνο "exposure" είναι μια χοντρική ποσότητα που θα πρέπει να είναι κατανοητό από τον ασφαλισμένο.

(Β) Στην Αστική Ευθύνη εργοδοτών η συχνότητα είναι συνήθως μεγάλη.

(Γ) Στις περισσότερες καλύψεις του αυτοκινήτου η συγκέντρωση δεν είναι μεγάλη.

(Δ) Η ιδιοκτησία ή μη του ασφαλισμένου κτηρίου, δύναται να αποτελέσει παράγοντα τιμολόγησης στην ασφάλιση πυρός.

(Ε) Στην Αστική Ευθύνη προϊόντων ως μέτρο έκθεσης στον κίνδυνο "exposure" χρησιμοποιείται ο τζίρος της εταιρείας.

Ερώτηση 3

Έστω ότι ένα κριτήριο για τον προσδιορισμό του ελάχιστου απαιτούμενου πλήθους που εξασφαλίζει πλήρη αξιοπιστία είναι οι συνολικές αποζημιώσεις που θα συμβούν S να μην αποκλίνουν περισσότερο από ±0,05E(S) με πιθανότητα 90% και

ότι ένα άλλο κριτήριο για τον προσδιορισμό του ελάχιστου απαιτούμενου πλήθους που εξασφαλίζει πλήρη αξιοπιστία είναι οι συνολικές αποζημιώσεις που θα συμβούν S να μην αποκλίνουν περισσότερο από ±kE(S) με πιθανότητα 95%.

Να βρεθεί το k αν το ελάχιστο απαιτούμενο πλήθος παραμένει αμετάβλητο και με τα δύο κριτήρια.

Σημείωση: P(-1.645 <= Z <= 1.645) = 0.90, P(-1,96 <= Z <= 1.96) = 0.95

(Α) 0,0524

(Β) 0,0548

(Γ) 0,0572

(Δ) 0,0596

(Ε) 0,0620

Ερώτηση 4

Ο λογάριθμος των πληρωθεισών ζημιών για το έτος συμβάντος i και το έτος εξέλιξης j περιγράφεται από το γραμμικό πρότυπο $\ln(P_{i,j}) = a + b + \varepsilon$, όπου $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$. Αν $\hat{a} = -0.1$, $\hat{b} = -0.1$, $Var[\hat{a}] = 0.02$, $Var[\hat{b}] = 0.02$ και $\hat{\sigma}^2 = 0{,}03$, να βρεθεί το $Var[P_{2,1}]$.

(Α) 0,044013

(Β) 0,052128

(Γ) 0,061479

(Δ) 0,063669

(Ε) 0,771052

Ερώτηση 5

Το παρακάτω τρίγωνο εμφανίζει την εξέλιξη των σωρευτικά καταβληθεισών αποζημιώσεων για ζημιές που συνέβησαν τα έτη 2011, 2012, 2013 και 2014.

Έτος Ατυχήματος	0	1	2	3
2011	104.563	148.689	160.524	165.445
2012	103.892	149.259	161.726	
2013	95.963	134.621		
2014	92.854			

Να υπολογιστούν οι τελικές ζημιές για το έτος ατυχήματος 2014, κάνοντας χρήση του μέσου όρου των δύο τελευταίων ετών.

(Α) 147.031

(Β) 147.079

(Γ) 146.953

(Δ) 147.220

(Ε) 147.023

Ερώτηση 6

Έστω αντασφαλιστική σύμβαση Υπερβάλλουσας Ζημιάς (Excess of Loss) 20xs20, με 2 επαναφορές στα 200% και ROL=20%. Έστω ότι συμβαίνουν διαδοχικά οι ακόλουθες ζημιές 37, 35, 35 και 36. Να βρεθεί το Αντασφάλιστρο Επαναφοράς (Reinstatement Premium) που η εταιρεία θα πληρώσει μετά την δεύτερη ζημιά.

(Α) 0

(Β) 3,2

(Γ) 6,0

(Δ) 6,4

(Ε) 7,2

Ερώτηση 7

Δίνονται οι ακόλουθοι συντελεστές εξέλιξης.

	Ult/0	Ult/1	Ult/2
Συντελεστής Εξέλιξης Πληρωθεισών	1,40	1,09	1,04

Εάν την 31/12/2014 οι σωρευτικά πληρωθείσες ζημιές του 2012 είναι 83 και του 2013 είναι 68, τότε πόσο είναι οι αντίστοιχες του 2014, εφόσον το επιπλέον απόθεμα για αυτές τα τρία έτη είναι 25.

(Α) 11,11

(Β) 21,46

(Γ) 26,51

(Δ) 34,12

(Ε) 38,90

Ερώτηση 8

Το πλήθος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή Poisson με μέσο Α και η πρότερη κατανομή της τ.μ. Α είναι Γάμμα με σππ $f_{\Lambda}(\lambda) = \frac{(2\lambda)^5 e^{-2\lambda}}{24\lambda}$, λ>0.

Για έναν ασφαλισμένο παρατηρήθηκαν 5 ζημιές το πρώτο έτος και 3 ζημιές το δεύτερο έτος.

Ποια είναι η μέση τιμή της ύστερης κατανομής $E(\Lambda|x_1 = 5, x_2 = 3)$;

(Α) 3

(Β) 3,25

(Γ) 3,50

(Δ) 3,75

(Ε) 4,00

Ερώτηση 9

Για ένα συμβόλαιο πυρός το μέγεθος της ζημιάς είναι τ.μ. Χ που ακολουθεί την κατανομή $f(x)=2e^{-2x}$, $x>0$. Το συμβόλαιο προστατεύεται από αντασφάλιση υπερβάλλοντος κεφαλαίου (surplus) με δύο γραμμές (lines). Πόσο είναι το καθαρό αντασφάλιστρο.

(Α) 1/3

(Β) 1/2

(Γ) 2/3

(Δ) 2

(Ε) 3

Ερώτηση 10

Αν ισχύουν τα ακόλουθα:

- Το ύψος των αποζημιώσεων ακολουθεί κατανομή με μέση τιμή μ και διασπορά 500
- Η τυχαία μεταβλητή μ έχει μέση τιμή 1000 και διασπορά 50
- Οι ακόλουθες τρεις αποζημιώσεις παρατηρήθηκαν: 750, 1075, 2000

Να υπολογισθεί το αναμενόμενο μέγεθος της επόμενης αποζημίωσης χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Bühlmann

(Α) 1025

(Β) 1063

(Γ) 1115

(Δ) 1181

(Ε) 1266

Ερώτηση 11

Με τη μέθοδο του διαχωρισμού (separation method), να εκτιμηθεί πόσο είναι το επιπλέον αναλογιστικό απόθεμα που πρέπει η εταιρεία να κρατήσει, όταν ο πληθωρισμός του μέλλοντος αναμένεται ίσος με 5%.

Έτος Ατυχήματος	Πληρωθείσες Ζημιές			Αριθμός Ζημιών
2012	130	85	23	5
2013	120	78		4
2014	105			2

(Α) 32,85

(Β) 33,09

(Γ) 33,34

(Δ) 70,72

(Ε) 99,95

Ερώτηση 12

Έστω πως η κατανομή ενός μοναδικού ασφαλισμένου κινδύνου είναι η $3x^2$. Αν η ασφαλιστική έχει ασφαλίσει τον κίνδυνο με διετές συμβόλαιο έναντι 1.000.000 Ευρώ από 1/1/2014 έως 31/12/2015, η οποία είναι και η συνολική διάρκεια του κινδύνου, ποιο είναι το Απόθεμα Μη Δεδουλευμένου Ασφαλίστρου που πρέπει να κρατήσει την 30/6/2015.

(Α) 250.000

(Β) 421.875

(Γ) 578.125

(Δ) 703.704

(Ε) 750.000

Ερώτηση 13

Τρία διαφορετικά χαρτοφυλάκια είχαν τα ακόλουθα ύψη αποζημιώσεων στη διάρκεια των τελευταίων τεσσάρων ετών:

Χαρτοφυλάκιο	**Έτος 1**	**Έτος 2**	**Έτος 3**	**Έτος 4**
Α	2	3	3	4
Β	5	5	4	6
Γ	5	5	3	3

Να υπολογισθεί η αναμενόμενη διασπορά των μέσων V(E) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Bühlmann.

(Α) V(E)<0,40

(Β) 0,40<V(E)<0,60

(Γ) 0,60<V(E)<0,80

(Δ) 0,80<V(E)<1,00

(Ε) V(E) >1,00

Ερώτηση 14

Οι συνολικές ζημιές από ένα χαρτοφυλάκιο ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή U(10,30). Η εταιρεία καλύπτει το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο με αντασφαλιστική κάλυψη stop loss με ιδία κράτηση 25. Να βρεθούν οι αναμενόμενες πληρωμές του αντασφαλιστή.

(Α) 0,63

(Β) 1,25

(Γ) 1,67

(Δ) 2,50

(Ε) 5,00

Ερώτηση 15

Για το πιο πρόσφατο έτος συμβάντος, η μέθοδος chain ladder οδηγεί σε τελικό ύψος αποζημιώσεων τριπλάσιο των αποζημιώσεων που καταβλήθηκαν μέσα στο ίδιο το έτος και, για το ίδιο έτος, η μέθοδος Bornhuetter-Ferguson δίδει απόθεμα εκκρεμών ζημιών X που σε σχέση με το τελικό ύψος αποζημιώσεων βάσει του δείκτη ζημιών Y είναι

(A) X = 1/3*Y

(B) X = 2/3*Y

(Γ) X = Y

(Δ) X = 3/2*Y

(E) X = 2*Y

Ερώτηση 16

Έστω N και X ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές όπου:

N είναι το πλήθος των αποζημιώσεων και ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους n=3 και p=$\frac{1}{6}$ και

X είναι το ύψος της αποζημίωσης και ακολουθεί την ακόλουθη κατανομή

$$\mathrm{P}(\mathrm{X} = 100) = \frac{2}{3} \qquad \mathrm{P}(\mathrm{X} = 1100) = \frac{1}{6} \qquad \mathrm{P}(\mathrm{X} = 2100) = \frac{1}{6}$$

Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας των συνολικών αποζημιώσεων: $\frac{\sqrt{\mathrm{Var(S)}}}{\mathrm{E(S)}}$

(A) το πολύ 1,5

(B) μεταξύ 1,5 και 2,5

(Γ) μεταξύ 2,5 και 3,5

(Δ) μεταξύ 3,5 και 4,5

(E) τουλάχιστον 4,5

Ερώτηση 17

Τα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα του 2013 είναι $2*10^8$, το ΑΜΔΑ την 1/1/2013 είναι $0,6*10^8$ ενώ το ΑΜΔΑ την 31/12/2013 είναι $0,7*10^8$. Οι πληρωθείσες ζημιές του 2013 είναι $0,9*10^8$, το ΑΕΖ την 1/1/2013 είναι $0,7*10^8$ ενώ το ΑΕΖ την 31/12/2013 είναι $0,75*10^8$. Δοθέντος ότι ο ΔΖ του 2014 αυξήθηκε πολλαπλασιαστικά κατά 10%, να υπολογιστεί η μείωση στην παραγωγή του 2015. Δίνεται πως το ΑΜΔΑ την 31/12/2014 είναι $0,5*10^8$, το ΑΕΖ την 31/12/2014 είναι $0,8*10^8$ και οι πληρωθείσες ζημιές του 2014 είναι $0,5*10^8$.

(Α) 40%

(Β) 45%

(Γ) 54%

(Δ) 60%

(Ε) 64%

Ερώτηση 18

Το παρακάτω τρίγωνο εμφανίζει τα ποσά που καταβάλλονται για αποζημιώσεις συμβάντων από τα έτη 2011, 2012, 2013 και 2014.

Έτος Συμβάντος				
2011	50	35	17	10
2012	53	37	18	
2013	47	33		
2014	54			

Κάνοντας χρήση της μεθόδου Chain Ladder με weighted average και υπό την υπόθεση ότι οι αποζημιώσεις καταβάλλονται κατά μέσο όρο στο μέσο του έτους, να υπολογισθεί την 1/1/2015 η παρούσα αξία του αναλογιστικού αποθέματος με επιτόκιο 10%.

(Α) 80

(Β) 85

(Γ) 90

(Δ) 95

(Ε) 99

Ερώτηση 19

Έστω ότι θέλουμε να προσαρμόσουμε την κατανομή Weibull με σππ $f(x) = \frac{\theta e^{-\theta x^{1/2}}}{2x^{1/2}}, x > 0$ στις παρατηρήσεις 1, 4, 9 και 64. Να εκτιμηθεί η άγνωστη παράμετρος θ με τη μέθοδο της μεγίστης πιθανοφάνειας.

(Α) το πολύ 0,28

(Β) μεταξύ 0,28 και 0,29

(Γ) μεταξύ 0,29 και 0,30

(Δ) μεταξύ 0,30 και 0,31

(Ε) τουλάχιστον 0,31

Ερώτηση 20

Έστω μια ασφαλιστική που ακολουθεί την πολιτική οι αυξήσεις των ασφαλίστρων να είναι κατά 1% μεγαλύτερες από τον πληθωρισμό του προηγούμενου έτους και τις εφαρμόζει από την 1η Μαρτίου του επομένου έτους. Δοθέντος ότι οι ετήσιοι πληθωρισμοί είναι 4% για το 2012, 2% για το 2013 και 1,5% για το 2014 και ότι τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα για το 2013 είναι 1.000 και 800 για το 2014, να υπολογιστούν τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα του 2013 και 2014 με βάση το τιμολόγιο που ισχύει 31/12/2014. Ισχύει η υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής. Επιπλέον, το 2012 η εταιρεία δεν προχώρησε σε αναπροσαρμογή των ασφαλίστρων.

(Α) 1,836

(Β) 1,858

(Γ) 1,871

(Δ) 1,880

(Ε) 1,911

Ερώτηση 21

Μια ασφαλιστική εταιρεία έχει δεδομένα αποζημιώσεων για τέσσερις ασφαλισμένους για 7 χρόνια. Αν X_{ij} είναι η αποζημίωση του i ασφαλισμένου για το έτος j και ισχύουν τα ακόλουθα: $\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{7}(\mathrm{X_{ij}}-\overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}})^2 = 33{,}60$ και $\sum_{i=1}^{4}(\overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}}-\overline{\mathrm{X}}_{\mathrm{i}})^2 = 3{,}40$ να υπολογισθεί ο συντελεστής αξιοπιστίας Bühlmann για κάθε ασφαλισμένο.

(Α) το πολύ 0,74

(Β) μεταξύ 0,74 και 0,77

(Γ) μεταξύ 0,77 και 0,80

(Δ) μεταξύ 0,80 και 0,83

(Ε) τουλάχιστον 0,83

Ερώτηση 22

Μια ασφαλιστική αποφάσισε να αυξήσει το βασικό ασφάλιστρο της ΑΕΑ κατά 5%. Δίνονται

Κατηγορία	Έκθεση στον κίνδυνο	Τρέχουσα Σχετικότητα	Δείκτης Ζημιών
1	3000	1,00	0,70
2	1500	1,30	0,80
3	800	1,15	0,75

Ποια θα είναι η συνολική αύξηση του χαρτοφυλακίου της ΑΕΑ.

(Α) -10,04%

(Β) -0,34%

(Γ) 5,87%

(Δ) 11,16%

(Ε) 13,15%

Ερώτηση 23

Για ένα γραμμικό πρότυπο $y = X\beta + \varepsilon$, όπου y: 2x1, X: 2x2, β: 2x1 και ε: 2x1 ο τυχαίος παράγοντας, να υπολογιστούν τα $\hat{\beta}_1$ και $\hat{\beta}_2$ δοθέντος ότι ο X είναι ίσος με $\begin{matrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{matrix}$.

(A) $\hat{\beta}_1 = 1/2 * y_1 - 1/2 * y_2$ και $\hat{\beta}_2 = -3/8 * y_1 + 7/8 * y_2$

(B) $\hat{\beta}_1 = 1/4 * y_1 - 7/8 * y_2$ και $\hat{\beta}_2 = -3/8 * y_1 + 7/8 * y_2$

(Γ) $\hat{\beta}_1 = 3/4 * y_1 - 1/4 * y_2$ και $\hat{\beta}_2 = -1/2 * y_1 + 1/2 * y_2$

(Δ) $\hat{\beta}_1 = 1/4 * y_1 - 7/8 * y_2$ και $\hat{\beta}_2 = -1/2 * y_1 + 1/2 * y_2$

(E) $\hat{\beta}_1 = 1/4 * y_1 - 7/8 * y_2$ και $\hat{\beta}_2 = y_2$

Ερώτηση 24

Να υπολογιστεί η σχετικότητα της περιοχής 2 με τη μέθοδο του κόστους ζημιάς (Loss Cost) και με τη μέθοδο του δείκτη ζημιάς (Loss Ratio). Δίνονται

Περιοχή	ΜΕΚ	Δεδουλευμένα Ασφάλιστρα	Συνολικές Αποζημιώσεις	Ισχύουσες Σχετικότητες
1	850	170.000	153.000	1,00
2	400	104.000	99.840	1,30

	Loss Cost	Loss Ratio
(A)	1,3867	1,3867
(B)	1,3867	1,0667
(Γ)	1,8027	1,0667
(Δ)	1,8027	1,3867
(E)	1,0667	1,0667