

**ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ**

**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ 2013**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ  
15 ΙΟΥΛΙΟΥ 2013**

**ΠΡΩΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (9 π.μ. – 11 π.μ.)**

1. Αν εφαρμοστεί το μοντέλο  $y_{ij} = \ln P_{ij} = a + b \cdot j + \varepsilon_{ij}$ , όπου  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$  προκύπτει

$$y_f = \begin{pmatrix} 7,27 \\ 8,15 \\ 7,27 \end{pmatrix} \text{ και } \text{Var}(y_f) = \begin{pmatrix} 0,112 & 0,020 & 0,046 \\ 0,020 & 0,079 & 0,020 \\ 0,046 & 0,020 & 0,112 \end{pmatrix}. \text{ Υπολογίστε τα αποθέματα εκκρεμών}$$

ζημιών.

- A) 3.335      B) 5.544      Γ) 6.487      Δ) 6.642      E) 10.952

2. Εφαρμόζεται στοχαστικό πρότυπο  $y_{ij} = \ln P_{ij} = a + b \cdot j + \varepsilon_{ij}$ , όπου  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ . Δίνεται

$$\text{επιπλέον ότι } y_f = \begin{pmatrix} 7,27 \\ 8,15 \\ 7,27 \end{pmatrix} \text{ και } \text{Var}(y_f) = \begin{pmatrix} 0,112 & 0,020 & 0,046 \\ 0,020 & 0,079 & 0,020 \\ 0,046 & 0,020 & 0,112 \end{pmatrix}. \text{ Υπολογίστε την τυπική}$$

απόκλιση των αποθεμάτων.

- A) 506      B) 1.122      Γ) 1.473      Δ) 1.508      E) 10.952

3. Εφαρμόζεται στοχαστικό πρότυπο  $y_{ij} = \ln P_{ij} = a + b \cdot j^2 + \varepsilon_{ij}$ , όπου  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$ . Δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα σωρευτικά πληρωθεισών αποζημιώσεων.

Έτος. Ατυχ.	Έτος εξέλιξης		
	0	1	2
2000	9.940	14.980	16.240
2001	7.420	10.500	
2002	6.720		

Να εκτιμήσετε την παράμετρο  $a$

- A) -0,46      B) 3,25      Γ) 8,90      Δ) 9,02      E) 10,28

4.

Σωρευτικές καταβολές σε τρέχουσες τιμές

Έτος συμβάντος	Έτος Εξέλιξης		
	0	1	2
2010	13.000	16.250	19.500
2011	12.000	15.000	
2012	11.300		

Έστω ότι οι πληρωμές γίνονται στο τέλος του έτους και οι ζημιές κλείνουν στο δεύτερο έτος εξέλιξης. Επιπλέον, ο μελλοντικός πληθωρισμός εκτιμάται σε 3%, ενώ ο πληθωρισμός του παρελθόντος διαμορφώθηκε σε 2%, σε όλες τις σχετικές περιόδους. Τι ποσό αναμένεται να καταβληθεί το έτος 2013 για αποζημιώσεις αν εφαρμοστεί η μέθοδος inflation adjusted chain ladder;

- A) 2.200      B) 2.705      Γ) 5.904      Δ) 6.000      E) 8.997

5. Το 60% του κόστους των ζημιών πληρώνεται τον πρώτο χρόνο και το 25% τον 2ο χρόνο, ο ρυθμός πληθωρισμού αναμένεται να είναι 3% σε όλες τις μελλοντικές ετήσιες περιόδους. Ποιές θα είναι οι πληρωμές το 2011 για ζημιές που συνέβησαν το 2010 αν εφαρμοστεί η μέθοδος διαχωρισμού (separation method);

Προσαυξ. πληρωθείσες ζημιές/ ΜΕΚ					
Έτος εξέλιξης					
Έτος ατυχήματος	1	2	3	4	Μέτρο έκθεσης στον κίνδυνο
2007	660	285	115	60	2
2008	684	287	120		3
2009	690	300			2
2010	720				4

- A) 60      B) 309      Γ) 789      Δ) 1100      E) 1236



9. Δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα:

Έτος Ατυχήματος	Έτος Εξέλιξης	Προσαυξητικές Πληρωμές 2013 (Incremental Paid)	Σωρευτικές Πληρωμές ως και το 2013 (cumulative paid)
2010	4	16.540	69.379
2011	3	17.367	52.012
2012	2	18.235	35.513
2013	1	19.147	19.147

Αν οι ζημιές κλείνουν τον τέταρτο χρόνο εξέλιξης, ποιά είναι το τελικό κόστος όπως εκτιμάται την 31.12.2013 με τη μέθοδο CL για τις ζημιές που έχουν συμβεί το 2011.

- A) 52.012      B) 67.526      Γ) 68.293      Δ) 68.552      E) 69.379

10. Μια αντασφαλιστική εταιρεία αντασφαλίζει εμπορικούς κινδύνους μέσω σύμβασης υπερβάλλοντος ζημιάς (χοl) με ίδια κράτηση 75.000, όριο 200.000 και μία δωρεάν επαναφορά. Την προηγούμενη χρήση ήταν σε ισχύ σύμβαση υπερβάλλοντος ζημιάς (χοl) με ίδια κράτηση 50.000, όριο 300.000 και απεριόριστες δωρεάν επαναφορές. Οι ζημιές που συνέβησαν την προηγούμενη χρήση και εμπíπτουν στο μερίδιο του αντασφαλιστή παρατίθενται στον πίνακα που ακολουθεί. Αν επαναληφθεί η εμπειρία του προηγούμενου έτους, ποιά θα είναι, υπό τα δεδομένα της τρέχουσας χρήσης, η συμμετοχή του αντασφαλιστή το κόστος των ζημιών;

Κωδικός Ζημιάς	Συμμετοχή αντασφαλιστή στο κόστος της ζημιάς
25	250.000
26	185.000
27	25.000
28	15.000
29	93.000
30	7.000

- A) 200.000      B) 303.000      Γ) 400.000      Δ) 428.000      E) 575.000

11. Ποιό από τα παρακάτω αληθεύει;
- α. Στην ΑΕ εργοδότη το πλήθος των εργαζομένων είναι καλύτερο ΜΕΚ από τη συνολική μισθοδοσία.
  - β. Τα έτη προϋπηρεσίας ενός γιατρού δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ΜΕΚ όταν η ασφαλιστική κάλυψη βασίζεται στο έτος αναγγελίας της ζημιάς
  - γ. Στην ασφάλιση κατοικιών κατά κινδύνων πυρός το έτος κατασκευής του κτηρίου είναι παράγοντας κινδύνου.
  - δ. Στην ΑΕ προϊόντων ο τζίρος είναι καταλληλότερο ΜΕΚ σε καταναλωτικά παρά σε διαρκή προϊόντα.
  - ε. Αλλαγή του ΜΕΚ μπορεί να γίνει με ιδιαίτερη ευκολία χωρίς να επηρεαστούν οι παράγοντες τιμολόγησης και χωρίς να δυσχεραίνεται η μελλοντική ανάλυση των δεδομένων.
12. Ασφαλιστική εταιρεία δραστηριοποιείται στον κλάδο ΑΕ οχημάτων και γράφει ετήσια συμβόλαια που εκδίδονται ομοιόμορφα το δεύτερο εξάμηνο του έτους. Τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα του 2009 και του 2010 είναι 150.000 ετησίως. Το 2011 τα χαρακτηριστικά και το πλήθος των ασφαλισμένων οχημάτων παραμένουν αμετάβλητα. Η εταιρεία αποφασίζει να αυξήσει το τιμολόγιο κατά 30% για τα συμβόλαια που θα εκδοθούν μετά την 1/10/2011. Ποιό θα είναι το ύψος των δεδουλευμένων ασφαλίσεων του 2011;
- A) 150.000,0    B) 152.812,5    Γ) 161.250,0    Δ) 172.500,5    Ε) 195.000,5

Τα ακόλουθα δεδομένα αφορούν τις ασκήσεις 13 και 14

Ασφαλιστική εταιρεία X ξεκινά εργασίες στον κλάδο αυτοκινήτου. Προκειμένου να τιμολογήσει παρατηρεί τα ασφάλιστρα που χρεώνει ο ανταγωνισμός, τα οποία είναι σταθερά τα τελευταία 3 χρόνια. Το τιμολόγιο του ανταγωνιστή έχει την εξής δομή:

<u>Περιοχή, Ομάδα</u>	<u>Σχετικότητες (differentials)</u>
A,I	1
A,II	1,05
Γ,I	1,1
Γ,II	1,155

και το ασφάλιστρο της (περιοχής A, Ομάδας I) είναι 235,58. Ανατρέχοντας στις οικονομικές καταστάσεις του ανταγωνιστή η εταιρεία X πληροφορείται ότι το τελικό κόστος των ζημιών που συνέβησαν την προηγούμενη χρήση ήταν 10.750.000, τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα 13.437.359 και τα ασφαλισμένα οχήματα (δεδουλευμένες ΜΕΚ) 54.320. Αποφασίζει να χρησιμοποιήσει αυτά τα δεδομένα προκειμένου να κάνει τις απαραίτητες αναπροσαρμογές στο τιμολόγιο, θεωρώντας την επίπτωση του πληθωρισμού στις ζημιές αμελητέα. Εκτιμά ότι λόγω απειρίας τα δικά της έξοδα θα είναι 22% έναντι 20% του ανταγωνιστή. Οι ζημιές και η κατανομή της έκθεσης στον κίνδυνο (ανά κατηγορία) θα είναι παρόμοια με του ανταγωνιστή.

13. Ποιό θα είναι το νέο ασφάλιστρο για την (περιοχή A, Ομάδα I);

- A) 229,69      B) 241,62      Γ) 247,38      Δ) 253,72      Ε) 259,14

14. Η εταιρεία εκτιμά ότι θα ασφαλίσει 10.000 οχήματα. Με βάση το νέο ετήσιο ασφάλιστρο και τις ως άνω υποθέσεις, πόσα αναμένεται να είναι τα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα της χρήσης (σε χιλ.);

- A) 2.297      B) 2.416      Γ) 2.474      Δ) 2.537      Ε) 2.591

15. Υπολογίστε την τρέχουσα αξία των αποθεμάτων που θα πρέπει να σχηματίσει η εταιρεία την 31.12.2012, αν υποθεθεί ότι οι πληρωμές γίνονται στη μέση του έτους και ότι ο πληθωρισμός είναι 8% σε όλες τις σχετικές περιόδους.

Σωρευτικές Πληρωμές

Έτος ατυχήματος	Έτος Εξέλιξης		
	0	1	2
2010	15.500,0	17.050,0	22.300,0
2011	17.825,0	19.607,5	
2012	21.000,0		

- A) 8.358,06    B) 14.167,72    Γ) 15.250,49    Δ) 78.957,99    E) 81.694,66

16. Αν  $\hat{\lambda}^p = 0,64$ ,  $\hat{\sigma}^p_{1 \rightarrow 2} = 13,45$ ,  $\hat{\rho}_1^p = 14,94$ ,  $\hat{q}_1 = 53,3\%$ , υπολογίστε τις πληρωμές που θα γίνουν μέσα στο 2012 για ζημιές του έτους 2011 με χρήση της μεθόδου Munich Chain Ladder

Σωρευτικά Πληρωθείσες Ζημιές

Έτος ατυχ.	Έτος Εξέλιξης						
	1	2	3	4	5	6	7
2005	576	1.804	1.970	2.024	2.074	2.102	2.131
2006	866	1.948	2.162	2.232	2.284	2.348	
2007	1.412	3.758	4.252	4.416	4.494		
2008	2.286	5.292	5.724	5.850			
2009	1.868	3.778	4.648				
2010	1.442	4.010					
2011	2.044						

Κόστος Ζημιών

Έτος ατυχ.	Έτος Εξέλιξης						
	1	2	3	4	5	6	7
2005	978	2.104	2.134	2.144	2.174	2.182	2.174
2006	1.844	2.552	2.466	2.480	2.508	2.454	
2007	2.904	4.354	4.698	4.600	4.644		
2008	3.502	5.958	6.070	6.142			
2009	2.812	4.882	4.852				
2010	2.642	4.406					
2011	5.022						

- A) 4.256    B) 5.659    Γ) 7.828    Δ) 8.302    E) 9.100

17. Το 30% των ζημιών που αναγγέλλονται κλείνουν μέσα στο έτος αναγγελίας τους. Οι υπόλοιπες ζημιές κλείνουν ομοιόμορφα στα επόμενα 3 έτη. Δεν γίνεται δεύτερη φορά καταβολή αποζημίωσης για την ίδια ζημιά και το μέσο κόστος των ανοιχτών ζημιών είναι 1500. Να εκτιμήσετε, με τη μέθοδο του μέσου κόστους, ποιο είναι το απόθεμα που πρέπει να σχηματίσει η εταιρεία την 31.12.2012 (σε χιλ.).

Έτος αναγγελίας	Πλήθος αναγγ. ζημιών	Μέσο κόστος αναγγελθεισών ζημιών				
		0	1	2	3	4
2008	1.500	1.500	1.575	1.654	1.737	1.737
2009	1.560	1.575	1.654	1.737	1.824	
2010	1.650	1.654	1.737	1.824		
2011	1.260	1.737	1.824			
2012	1.200	1.824				

- A) 733                      B) 3.453                      Γ) 10.228                      Δ) 10.961                      E) 13.681

18. Ασφαλιστική εταιρεία παρέχει κάλυψη επέκτασης της εργοστασιακής εγγύησης για 2 χρόνια πέρα από τα πρώτα 3 μετά την αγορά. Η εταιρεία είχε το πρώτο χρόνο λειτουργίας της εγγεγραμμένα ασφάλιστρα 100 και από τότε εμφανίζει σταθερή αύξηση παραγωγής 5% ετησίως. Τι απόθεμα μη δεδουλευμένων ασφαλιστρών θα πρέπει να κρατήσει η εταιρεία την 31.12 του 10ου χρόνου λειτουργίας της;

- A) 78                      B) 155                      Γ) 303                      Δ) 511                      E) 576

19. Σε ένα χαρτοφυλάκιο ζημιών το πλήθος ακολουθεί Poisson( $\lambda$ ) και το ύψος των ζημιών ακολουθεί Γάμμα  $G(0,25, \beta)$ . Την πρώτη χρονιά παρατηρήθηκαν 1000 ζημιές με συνολικό κόστος  $17,4 \cdot 10^6$  ενώ η αρχική εκτίμηση για το ύψος των ζημιών ήταν  $15,6 \cdot 10^6$ . Αν το περιθώριο ασφαλείας είναι 5% και η τιμή  $z_\alpha$  που αντιστοιχεί στο επιθυμητό επίπεδο σιγουριάς  $\alpha$  είναι 1,96, να βρεθεί η εκτίμηση για το ύψος των ζημιών για τη δεύτερη περίοδο.

- A)  $15,83 \cdot 10^5$                       B)  $16,25 \cdot 10^6$                       Γ)  $16,75 \cdot 10^6$                       Δ)  $17,05 \cdot 10^6$                       E)  $17,17 \cdot 10^6$

20. Το πλήθος των ζημιών ακολουθεί διωνυμική  $Bi(10, p)$ . Αν το περιθώριο ασφαλείας είναι 5% και η τιμή  $z_\alpha$  που αντιστοιχεί στο επιθυμητό επίπεδο σιγουριάς  $\alpha$  είναι 1,96, το πλήθος των ζημιών για πλήρη αξιοπιστία είναι 1.306. Να βρεθεί το  $p$ .

- A) 0,05                      B) 0,11                      Γ) 0,15                      Δ) 0,85                      E) 0,89

21. Το πλήθος των ζημιών ακολουθεί μια Poisson( $\lambda$ ) με  $f(\lambda) = \frac{1}{6} \lambda^3 e^{-\lambda}$ ,  $\lambda > 0$ . Εάν το άθροισμα των  $r$  παρατηρήσεων είναι 72 και η μέση τιμή της ύστερης κατανομής είναι 7,6, να βρεθεί ο μέσος όρος του δείγματος.

- (A) 4                      (B) 7,2                      (Γ) 7,6                      (Δ) 8                      (E) 8,4

22. Οι τυχαίες μεταβλητές  $X, Y$  είναι Poisson οι οποίες παρατηρούνται σε διατεταγμένα ζευγάρια  $(x_i, y_i)$  και  $Z$  τυχαία μεταβλητή όπου  $Z = X + Y$ . Δίνεται ότι το περιθώριο ασφαλείας είναι 5%, η τιμή  $z_\alpha$  που αντιστοιχεί στο επιθυμητό επίπεδο σιγουριάς  $\alpha$  είναι 1,96, το πλήθος των παρατηρήσεων της τυχαίας μεταβλητής  $Z$  για πλήρη αξιοπιστία είναι 100 και αντίστοιχα το άθροισμα των παρατηρήσεων της  $Z$  για πλήρη αξιοπιστία είναι 1500. Να βρεθεί η συνδιακύμανση των  $X$  και  $Y$ .

- A) -0,358                      B) -0,179                      Γ) 0                      Δ) 0,179                      E) 0,358

23. Έστω ότι το πλήθος ζημιών σε μια χρονιά ακολουθεί Poisson( $\lambda$ ) με  $\lambda \sim U(0,2)$ . Η παρατήρηση της προηγούμενης χρονιάς ήταν  $n_1 = 0$ . Αν  $n_A$  είναι η μέση τιμή του δεύτερου έτους κατά Bayes και  $n_B$  η αντίστοιχη εκτίμηση κατά Bühlmann, να βρεθεί το  $n_A - n_B$ .

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{3e^2 - 11}{e^2 - 1}$                       Γ)  $\frac{3e^2 - 11}{4 \cdot (e^2 - 1)}$                       Δ)  $\frac{e^2 - 3}{e^2 - 1}$                       E)  $\frac{(e-3)(e+3)}{4(e-1)(e+1)}$

24. Η ζημιοκατανομή  $p(x) = \frac{1}{2}(\beta_1 e^{-\beta_1 x} + \beta_2 e^{-\beta_2 x})$ ,  $x \geq 0$  και  $\beta_1 > \beta_2$ , πρόκειται να εφαρμοσθεί σε δεδομένα  $x_1, x_2, \dots, x_n$  τέτοια ώστε  $\bar{x} = \frac{13}{6}$  και  $\overline{x^2} = \frac{145}{9}$ . Να βρεθούν τα  $\beta_1, \beta_2$ .

- A)  $\beta_1 = \frac{3}{2}, \beta_2 = \frac{1}{2}$                       B)  $\beta_1 = 2, \beta_2 = \frac{1}{3}$                       Γ)  $\beta_1 = 3, \beta_2 = \frac{1}{4}$   
 Δ)  $\beta_1 = 3, \beta_2 = \frac{1}{2}$                       E)  $\beta_1 = 4, \beta_2 = \frac{1}{3}$