ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ 2010

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΑΣΦΑΛΙΣΕΩΝ

9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2010

ΠΡΩΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (9 π.μ. – 11 π.μ.)

1. Το πλήθος των αποζημιώσεων N ακολουθεί Διωνυμική κατανομή με $p = \frac{1}{4}$. Το ύψος της αποζημίωσης X είναι κάθε φορά σταθερό και ίσο με 100. Ποιό είναι το μέγεθος του δείγματος που εξασφαλίζει πλήρη αξιοπιστία εάν $\theta = 0{,}2$ και $z_a = 1{,}96$;

Α) 8 Β) 9 Γ) 24 Δ) 72 Ε) 73

2. Έστω 2 χαρτοφυλάκια, Α και Β, έτσι ώστε $w_A = 6$, $w_B = 4$, $\overline{X}_A = 560$, $\overline{X}_B = 420$, $\overline{X} = 500$, $\frac{E(V)}{V(E)} = 0{,}25$. Ποια είναι η πρόβλεψη $\widehat{X}_A$ σύμφωνα με το πρότυπο Buhlmann-Straub;

Α) 423 Β) 425 Γ) 548 Δ) 556 Ε) 558

3. Αν η συνδιακύμανση μεταξύ περιόδων είναι 4 και ο συντελεστής Buhlmann $Z_{(5)} = 0{,}85$, να βρεθεί η συνολική διασπορά TV.

Α) 0,53 Β) 3,53 Γ) 4 Δ) 7,53 Ε) 8

4. Έχουμε μια παρατήρηση από την κατανομή Γάμμα (10.000, β) όπου η παράμετρος β ακολουθεί κατανομή με σ.π.π. $f(\beta) = 5\beta^4$, $0 < \beta < 1$. Να βρεθεί ο συντελεστής αξιοπιστίας Buhlmann.

Α) $\frac{5*10000^2}{12}$ Β) $\frac{625}{626}$ Γ) $\frac{2500}{2501}$ Δ) $\frac{1875}{1878}$ Ε) $\frac{12}{2500}$

5. Το πλήθος των ατυχημάτων ακολουθεί Poisson(λ). Να υπολογιστεί ο συντελεστής αξιοπιστίας Buhlmann αν την προηγούμενη περίοδο η κατανομή του πλήθους διαμορφώθηκε ως ακολούθως:

Πλήθος ατυχημάτων	0	1	2	3
Πλήθος ασφαλισμένων	600	200	100	100

Α) 0,30693 Β) 0,31000 Γ) 0,69307 Δ) 0,70000 Ε) 1

6. Το ύψος της αποζημίωσης X είχε το 2009 σ.π.π. $f_X(x) = \frac{e^{-0,02x} x^9}{50^{10} \cdot 9!}$. Από 1/1/2010, ο συντελεστής Φ.Π.Α. αλλάζει και διαμορφώνεται από 19%, που ήταν το 2009, σε 23%. Αν αυτή είναι η μοναδική διαφοροποίηση στον κίνδυνο, πόση θα είναι η διασπορά της αποζημίωσης για το 2010;

Α) $500 * \left(\frac{1,23}{1,19}\right)^2$ Β) $25 \cdot 10^3 \cdot \frac{1,23}{1,19}$ Γ) $25 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{1,23}{1,19}\right)^2$ Δ) 25.000 Ε) 500

Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν τις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής 7 και 8.
Για την εκτίμηση του αποθέματος εφαρμόστηκε στατιστικό μοντέλο στους λογαρίθμους των προσαυξητικών πληρωμών $y_{ij} = \ln P_{ij}$ και προέκυψαν οι ακόλουθες εκτιμήσεις

$$\hat{\sigma}^2 = 0,69354 , \quad \hat{y}_f = \begin{pmatrix} \hat{y}_{22} \\ \hat{y}_{31} \\ \hat{y}_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,19313 \\ 3,78036 \\ 5,28596 \end{pmatrix},$$

$$Var(\hat{y}_f) = \begin{pmatrix} 0,62441 & & \\ 0,20070 & 0,31220 & \\ 0,64225 & 0,30551 & 0,70023 \end{pmatrix}$$

7. Ποια είναι η διασπορά $Var(y_{31})$;

Α) 0,2007 Β) 0,3122 Γ) 0,89424 Δ) 1,00574 Ε) 1,3122

8. Ποια θα είναι η μέση τιμή και η διασπορά της P_{31};

	$E(P_{31})$	$Var(P_{31})$
Α)	43,83	9.107,34
Β)	66,23	1.924,66
Γ)	72,47	9.107,34
Δ)	43,83	125,66
Ε)	72,47	1.924,66

9. Αν οι πληρωμές γίνονται ομοιόμορφα μέσα στο έτος και το σχετικό επιτόκιο για το 2009 αναμένεται να διαμορφωθεί στο 3%, ποια είναι η παρούσα αξία (στις 31/12/2008) του ποσού που θα καταβληθεί το 2009;

Σωρευτικά πληρωθείσες ζημιές

Έτος συμβάντος	Έτος εξέλιξης 0	1	2
2006	450	472,5	486,675
2007	438	459,9	
2008	463		

Α) 36,00000 Β) 36,00900 Γ) 36,40496 Δ) 36,76234 Ε) 945,76634

10. Ποιο από τα παρακάτω ΔΕΝ αληθεύει

Α) Η μέθοδος του Δείκτη ζημιάς χρησιμοποιείται κυρίως για την εκτίμηση του αποθέματος σε καινούριους κλάδους, όταν η εμπειρία της ασφαλιστικής εταιρείας είναι περιορισμένη.

Β) Στη μέθοδο Bornhuetter- Ferguson η χρήση διαφορετικού δείκτη ζημιάς για κάθε έτος ατυχήματος όταν παρατηρείται ετήσια αναπροσαρμογή τιμολογίου οδηγεί σε καλύτερα αποτελέσματα.

Γ) Οι λόγοι εξέλιξης που χρησιμοποιούνται κατά την εφαρμογή της inflation adjusted chain ladder είναι μικρότεροι από αυτούς που χρησιμοποιούνται για την προβολή των ζημιών στην βασική chain ladder, εφόσον ο πληθωρισμός του παρελθόντος είναι θετικό μέγεθος.

Δ) Σε κλάδους με σημαντικές αναβιώσεις η μέθοδος chain ladder καταλήγει σε εκτίμηση αποθεμάτων μεγαλύτερη από αυτή της μεθόδου «φάκελο προς φάκελο».

Ε) Όταν τα τρίγωνα έχουν δομηθεί με βάση το έτος αναγγελίας, η διαφορά μεταξύ της εκτίμησης του αποθέματος με την μέθοδο chain ladder και της εκτίμησης με την μέθοδο «φάκελο προς φάκελο» οφείλεται μερικώς στις ζημιές που έχουν συμβεί αλλά δεν έχουν αναγγελθεί στην εταιρεία

11. Το πλήθος των ζημιών N ακολουθεί Poisson(λ) και η παράμετρος λ ακολουθεί την κατανομή Gamma(50, 2). Ποια θα είναι η εκτίμηση του πλήθους των ζημιών με τη μέθοδο Bayes, δεδομένου ότι παρατηρήθηκαν $n_1 = 30$, $n_2 = 24$;

Α) 7 Β) 25 Γ) 26 Δ) 30 Ε) 50

12. Με τη μέθοδο του διαχωρισμού (separation method) εκτιμήστε ποιο ποσοστό των ζημιών πληρώνεται τα πρώτα τρία έτη της εξέλιξής τους.

Σωρευτικά πληρωθείσες ζημιές

Έτος συμβάντος	Έτος εξέλιξης 0	1	2	3	Έκθεση στον κίνδυνο
2006	410	570	610	640	5
2007	450	560	580		3
2008	500	630			4
2009	490				6

Α) 4,73% Β) 72,65% Γ) 95,09% Δ) 95,27% Ε) 100%

13. Δίνονται τα ακόλουθα δεδομένα σχετικά με το μέσο κόστος των ζημιών και με το πλήθος των αναγγελιών το πρώτο έτος εξέλιξης. Ποια είναι η εκτίμηση για τις τελικές ζημιές την 31/12/2009 αν χρησιμοποιηθεί «σταθμισμένος μέσος» για τους λόγους εξέλιξης;

Μέσο κόστος ζημιών
(επισυμβάσες/πλήθος)

Έτος αναγγελίας	Έτος εξέλιξης 0	1	2	3	Πλήθος αναγγελθεισών
2006	150	156	158	158	5
2007	157,5	164	166		3
2008	165	172			4
2009	174				6

Α) Χρειάζονται περισσότερα δεδομένα

Β) 1.042

Γ) 1.098

Δ) 3.018

Ε) 3.085

14. Η έκδοση των συμβολαίων μέσα στο έτος ακολουθεί την κατανομή $g(s) = 3s^2$, $0 < s < 1$ και ο κίνδυνος είναι ομοιόμορφος. Τα εγγεγραμμένα ασφάλιστρα του έτους είναι 1500. Για εξάμηνα συμβόλαια που έχουν εκδοθεί το πρώτο εξάμηνο, με προκαταβλητέα ασφάλιστρα πόσο θα είναι το απόθεμα μη δεδουλευμένων ασφαλίστρων την 31/12 του έτους (UPR) και πόσα τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα (EP);

	EP	UPR
Α)	187,5	0
Β)	187,5	1312,5
Γ)	750	750
Δ)	1.500	0
Ε)	750	187,5

15. Οι λόγοι εξέλιξης που προκύπτουν από εφαρμογή της chain ladder στο κόστος των ζημιών έχουν ως εξής:

Ult/0	Ult/1	Ult/2	Ult/3
1,18	1,05	1,03	1,01

Με βάση τη μέθοδο Bornhuetter- Ferguson ποιο θα είναι το απόθεμα ζημιών για το έτος ατυχήματος 2009, αν το απόθεμα φακέλου για το συγκεκριμένο έτος είναι 1500, τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα 6500 και ο δείκτης ζημιάς αναμένεται να διαμορφωθεί στο 70%;

Έτος ατυχήματος	Κόστος ζημιών την 31/12/2009 (αθροιστικά επισυμβάσες)
2006	3210
2007	3450
2008	3150
2009	3520

Α) 2194 Β) 3579 Γ) 4172 Δ) 4214 Ε) 4550

16. Τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα για το έτος 2005 είναι 8.000, για το έτος 2006 είναι 10.000 ενώ για το έτος 2007 11.000.Η έκδοση των ετησίων συμβολαίων είναι ομοιόμορφη μέσα στο έτος. Αν την 1/3/2005 έγινε αύξηση τιμολογίου 3% και την 1/10/2006 έγινε αύξηση 2%, να υπολογίσετε με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα σε τρέχουσες τιμές για τα συμβόλαια που εκδόθηκαν το πρώτο εξάμηνο του 2006.

Α) 5.104,25 Β) 5.204,25 Γ) 5.227,5 Δ) 10.204,25 Ε) 11.030,5

17. Να βρείτε τη νέα σχετικότητα για την κατηγορία Γ.

Κατηγορία	Υπάρχουσα σχετικότητα	Δείκτης ζημιών
Α	1	0,7
Β	0,85	0,65
Γ	1,1	0,8

.

Α) 0,963 Β) 1,1 Γ) 1,257 Δ) 1,3 Ε) 1,354

18. Η κατηγορία Α είναι βασική κατηγορία, η κατηγορία Β έχει νέα σχετικότητα 1,2 και το κόστος των ζημιών δίνεται ως εξής

Κατηγορία	Κόστος ζημιών	Δεδουλευμένες ΜΕΚ
Β	10000	100
Γ	26000	130

.

Να βρείτε τη νέα σχετικότητα της κατηγορίας Γ

Α) 1,2 Β) 1,56 Γ) 2 Δ) 2,4 Ε) 3,12

Τα παρακάτω δεδομένα αφορούν τις ασκήσεις 19 και 20.

Σε ένα τιμολόγιο υπάρχουν 2 κατηγορίες, οι Β και Γ και κάθε μία από αυτές διακρίνεται στις ομάδες 1, 2

Κλάση	Δεδ μονάδες έκθεσης στον κίνδυνο	Τελικές αποζημιώσεις, με τάση	Ισχύουσες σχετικότητες
Γ, 1	2.000	1.500.000	1,00
Γ, 2	1.000	1.600.000	0,80
Β, 1	1.500	2.000.000	0,80
Β, 2	1.250	900.000	0,64

Τα δεδουλευμένα ασφάλιστρα σε τρέχουσες τιμές για όλες τις κατηγορίες συνολικά είναι 7.200.000

19. Αν ο μέγιστος επιτρεπτός δείκτης ζημιών είναι 0,8, να βρείτε την αύξηση που προτείνει το πρώτο στάδιο της διαδικασίας τιμολόγησης.

A) -2,60% B) -1,52% Γ) 4,17% Δ) 5,6% E) 10,05%

20. Ποια θα είναι η νέα σχετικότητα για την κλάση Γ,2;

A) 1 B) 1,14286 Γ) 1,19742 Δ) 1,42857 E) 1,89234

21. Οι συνολικές ζημιές από ένα πορτφόλιο ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή U(0,2). Αντασφαλιστική κάλυψη stop loss έχει ιδία κράτηση 1,5. Να βρεθούν οι αναμενόμενες πληρωμές του ασφαλιστή και του αντασφαλιστή

	Ασφαλιστής	Αντασφαλιστής
A)	3/4	1/4
B)	3/2	1/2
Γ)	7/8	1/8
Δ)	5/6	1/6
E)	15/16	1/16

22. Ένα αντασφαλιστικό πρόγραμμα υπερβάλλοντος ζημιάς έχει όριο 15, ιδία κράτηση 20, αρχικό αντασφάλιστρο 8 και 1 επαναφορά σε ισχύη @100%. Καλύπτει ένα ρίσκο για το οποίο το ποσό της ζημιάς είναι πάντοτε 30. το πλήθος των ζημιών δίνεται από την κατανομή $P[N=n]=\frac{1}{e\cdot n!}, \quad n=0,1,2,\ldots$. Ποιο από τα παρακάτω δίνει την ***πιθανότητα*** να πληρωθεί το μέγιστο δυνατό

	συνολικό αντασφάλιστρο	συνολικό ποσό από τον αντασφαλιστή
Α)	$1-1/e$	0,20
Β)	$1-1/e$	$\frac{e-2}{e}$
Γ)	$\frac{e-2}{e}$	$\frac{2e-5}{2e}$
Δ)	$\frac{e-2}{e}$	$\frac{5}{2e}$
Ε)	$\frac{2}{e}$	$\frac{5}{2e}$

23. Ένα αντασφαλιστικό πρόγραμμα υπερβάλλοντος ζημίας έχει όριο 15, ιδία κράτηση 20, αρχικό αντασφάλιστρο 5 και μία επαναφορά σε ισχύη @100%. Συμβαίνουν τέσσερις ζημιές ύψους 10, 20, 30 και 40. Ποιο από τα παρακάτω δίνει το συνολικό όφελος του ασφαλιστή από αυτό το αντασφαλιστικό πρόγραμμα;

Α) 5 Β) 10 Γ) 15 Δ) 20 Ε) 25

24. Ένα αντασφαλιστικό πρόγραμμα υπερβάλλοντος ζημίας έχει όριο 20, ιδία κράτηση 10 και μία επαναφορά σε ισχύη @120%. Το πρόγραμμα καλύπτει ρίσκο που δίνει πάντα 2 ακριβώς ζημιές. Το ποσό της πρώτης ζημιάς είναι 5 με πιθανότητα 0,5 και 15 με πιθανότητα 0,5. Το ποσό της δεύτερης ζημιάς ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ 0 και 50. Ποια είναι η πιθανότητα το αντασφάλιστρο επαναφοράς να είναι μικρότερο από το 90% του αρχικού αντασφαλίστρου;

Α) 0,05 Β) 0,45 Γ) 0,51 Δ) 0,55 Ε) 0,95