ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 17/02/2017		**Πρωί:**	×	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αναλογιστικά Πρότυπα Επιβίωσης					

Ερώτηση 1

Εάν η τυχαία μεταβλητή Τ έχει συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x)=\frac{1}{3}\exp\left(-\frac{x}{3}\right)$$

να υπολογίσετε το 90^{ο} εκατοστημόριο της

Α) 0,32 Β) 2,07 Γ) 2,77 Δ) 4,16 Ε) 6,91

Ερώτηση 2

Η μελλοντική διάρκεια ζωής σε έτη ενός άνδρα και της συζύγου του είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές, ανεξάρτητες και ομοιόμορφα κατανεμημένες στο διάστημα $[0,50]$. Να υπολογίσετε την πιθανότητα η σύζυγος να είναι εν ζωή 5 έτη μετά τον θάνατο του συζύγου της.

Α) 0,35 Β) 0,405 Γ) 0,435 Δ) 0,475 Ε) 0,49

Ερώτηση 3

Μόλις έχετε ολοκληρώσει μια εξομάλυνση και θέλετε να ελέγξτε αν αυτή απορρίπτεται σε επίπεδο σημαντικότητας 5% (ή 2,5% από κάθε πλευρά) με βάση τον έλεγχο των προσήμων. Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας

Bi(10, 0,5)	*k*	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
	F(k)	0,0010	0,0107	0,0547	0,1719	0,3770	0,6230	0,8281	0,9453	0,9893	0,9990	1,0000

Ποιο από τα παρακάτω σύνολα αποτελεί την κρίσιμη περιοχή (περιοχή απόρριψης);

Α){0, 1, 2}∪{8, 9, 10} Β){0, 1}∪{9, 10} Γ){1, 2}∪{8, 9} Δ){0}∪{10} Ε){0, 1}∪{8, 9}

Ερώτηση 4

Ένα δείγμα μεγέθους 4 από την κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = \theta(1+\theta)x^{\theta-1}(1-x), x \in [0,1]$$

έδωσε τιμές $\{0.1, 0.3, 0.4, 0.7\}$
Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου θ με την μέθοδο ροπών.

Α) 0,8 Β) 0,9 Γ) 1,1 Δ) 1,2 Ε) 1,25

Ερώτηση 5

Ένας γραμμικός μετασχηματισμός της μορφής $v'_x = av_x + b$ χρησιμοποιείται για να βελτιωθεί η προσαρμογή μιας εξομάλυνσης στις ηλικίες 1-5. Να υπολογίσετε το w_4 με βάση τα ακόλουθα δεδομένα εάν

i. ο συνολικός αριθμός θανάτων που παρατηρήθηκαν είναι ο ίδιος με τον συνολικό αριθμό θανάτων που αναμένονται από την εξομάλυνση
ii. το σύνολο των ετών που αναμένεται να ζήσουν τα άτομα του δείγματος με βάση τα αποτελέσματα της εξομάλυνσης ισούται με το σύνολο των ετών που έζησαν τα άτομα του δείγματος
iii.

x	$w_x = n_x$	$w_x v_x$	$w_x u_x$	$w_x v'_x$
1	2	0	1	$w_1 v'_1$
2	1	1	0	$w_2 v'_2$
3	5	2	2	$w_3 v'_3$
4	w_4	3	2	23/10
5	7	4	4	$w_5 v'_5$

Α) 1 Β) 2 Γ) 3 Δ) 4 Ε) 5

Ερώτηση 6

Μια ομάδα εκτίθεται σε δύο αίτια εξόδου στο διάστημα $(x, x+1]$, θάνατο και αποχώρηση. Εάν ${}_t p_x^{(T)} = 1-t, 0 < x \le 1$ και $\mu_{x+t}^{(d)} = \frac{t}{1-t^2}, 0 < x < 1$ να υπολογίσετε την $\mu_{x+t}^{(w)}$

A) $\frac{t}{1+t}$ B) $\frac{t}{1+t^2}$ Γ) $\frac{1}{1+t}$ Δ) $\frac{1}{1+t}$ E) $\frac{1}{1-t^2}$

Ερώτηση 7

Σε μια εξομάλυνση με αναφορά σε τυπικό πίνακα δίνονται οι ακόλουθες πληροφορίες για την ηλικία 70:

i. Στην ηλικία 70 παρατηρούνται 100 άτομα
ii. Η τιμή θνησιμότητας που παρατηρήθηκε στην ηλικία 70 είναι 110% της τιμής θνησιμότητας του τυπικού πίνακα
iii. Η διασπορά του κλάσματος θνησιμοτήτων $Var(R_x)$ (χρησιμοποιώντας την προσέγγιση με τα u_x) είναι ίσο με 0,2079

Να υπολογισθεί η τιμή της θνησιμότητας του τυπικού πίνακα στην ηλικία των 70

A) 0,05 B) 0,06 Γ) 0,07 Δ) 0,08 E) 0,09

Ερώτηση 8

Για μια μελέτη θνησιμότητας χωρίς αποχωρήσεις δίνονται τα εξής:

a) Σε κάθε στιγμή θανάτου υπάρχει μόνο ένας θάνατος
b) Η $\Lambda(t)$ εκτιμάται με την μέθοδο Nelson-Aalen
c) $\Lambda(t_2) \cong 0{,}1144$

Να υπολογίσετε την Product limit εκτίμηση της $S(t_2)$

A) 0,86 B) 0,87 Γ) 0,88 Δ) 0,89 E) 0,90

Ερώτηση 9

Ένα δείγμα μεγέθους 10 έδωσε τις εξής τιμές {3,3,5+,5+,5+,8,10+,10+,12,15} όπου + συμβολίζει διακοπή της παρατήρησης. Να υπολογίσετε την προσέγγιση Greenwood για την διασπορά της εκτίμησης product limit της $S(11)$.

A) 0,0307 B) 0,0309 Γ) 0,0311 Δ) 0,0313 E) 0,0315

Ερώτηση 10

Σε μια εξομάλυνση δίνονται το πλήθος των ζωών που παρατηρήθηκαν σε κάθε ηλικία n_x, οι πρωτογενείς τιμές θνησιμότητας u_x και οι εξομαλυμένες τιμές θνησιμότητας v_x

x	n_x	u_x	v_x
53	3000	0,010	0,018
54	2500	0,018	0,020
55	1000	0,025	0,022

Αν:

(i) a = η μέση ηλικία θανάτου

(ii) b = το αναμενόμενο πλήθος των μεταβολών του προσήμου στην ακολουθία των αποκλίσεων μεταξύ εξομαλυμένων και πρωτογενών τιμών θνησιμότητας

(iii) c = η διαφορά του πλήθους των θανάτων που συνολικά παρατηρήθηκαν μειωμένο κατά το πλήθος των αναμενόμενων συνολικά θανάτων

Να υπολογισθεί το a+ b+ c

Α) 28,95 Β) 29,45 Γ) 54,95 Δ) 80,95 Ε) 81,45

Ερώτηση 11

Η μέθοδος Kimeldorf-Jones χρησιμοποιείται για μια εξομάλυνση, όπου:

i. ο πίνακας συνδιακυμάνσεων της πρότερης κατανομής $\mathbf{A}$ έχει διαστάσεις 2 x 2 και τα στοιχεία του δίνονται από τον τύπο $a_{ij} = p^2 r^{|i-j|}$

ii. ο πίνακας $\mathbf{B}$ των δεσμευμένων συνδιακύμανσεων του $\mathbf{U}$ δεδομένου του $\mathbf{T}$ είναι ο $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} p^2 & 0 \\ 0 & p^2 \end{bmatrix}$

iii. το διάνυσμα των πρότερων μέσων $\mathbf{m}$, το διάνυσμα των παρατηρηθεισών (αρχικών) τιμών $\mathbf{u}$, και το διάνυσμα των εξομαλυμένων (αναθεωρημένων) τιμών $\mathbf{v}$ ικανοποιούν τη σχέση

$$\mathbf{m} = 8\mathbf{u} = 2\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Ποιο από τα ακόλουθα ισούται με το r;

Α) $\frac{2}{9}$ Β) $\frac{1}{4}$ Γ) $\frac{1}{3}$ Δ) $\frac{1}{2}$ Ε) $\frac{2}{3}$

Ερώτηση 12

Σε μια ομάδα προσώπων η συνάρτηση κινδύνου δίνεται από

$$\mu(t)=\begin{cases}0{,}010 & 60<t\le 70\\ 0{,}015 & 70<t\le 80\\ 0{,}025 & t>80\end{cases}$$

Να υπολογίσετε την αναμενόμενη υπολειπόμενη διάρκεια ζωής ενός προσώπου ηλικίας ακριβώς 65 ετών

Α) 44,5 Β) 45,5 Γ) 46,5 Δ) 47,5 Ε) 48,5

Ερώτηση 13

Ένα δείγμα μεγέθους 5 λαμβάνεται από την κατανομή $F(x)=1-\exp(-(x/\theta)^2)$. Οι τιμές που παρατηρούνται είναι {18,30,46,52+,52+} όπου + συμβολίζει την διακοπή της παρατήρησης. Να υπολογίσετε την εκτίμηση της θ με την μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Α) 51 Β) 52 Γ) 53 Δ) 54 Ε) 55

Ερώτηση 14

Οι ακόλουθες τιμές προέρχονται από μια παραμετρική εξομάλυνση για την οποία χρησιμοποιείται ο τύπος του Weibull $\mu_x = kx^n$:

x	$\ln l_x$
20	13,2788
21	13,2368
22	13,1906
23	13,1400

Αν $\Delta^4 \ln l_x = 0$ για x=20, 21, 22, 23. να υπολογισθεί το μ_{23}. (Ο n είναι ακέραιος)

Α) 0,1058 Β) 0,0529 Γ) 0,0246 Δ) 0,0121 Ε) 0,0050

Ερώτηση 15

Ένα είδος ζώων έχει μέγιστη διάρκεια ζωής 4 έτη. Κατασκευάζετε ένα πίνακα θνησιμότητας περιόδου με βάση τις εξής παρατηρήσεις όπου υποθέτουμε ότι όλες οι γεννήσεις συμβαίνουν την 1η Ιανουαρίου:

a) Έτος 1ο, 500 γεννήσεις, 150 θάνατοι
b) Έτος 2ο, 350 γεννήσεις, 150 θάνατοι, 50 θάνατοι ηλικίας 1 έτους
c) Έτος 3ο, 400 γεννήσεις, 100 θάνατοι, 40 θάνατοι ηλικίας 1 έτους, 120 θάνατοι ηλικίας 2 ετών
d) Έτος 4ο, 300 γεννήσεις, 60 θάνατοι, 75 θάνατοι ηλικίας 1 έτους, 100 θάνατοι ηλικίας 2 ετών, 180 θάνατοι ηλικίας 3 ετών.

Να υπολογισθεί η e_0 για τον πίνακα θνησιμότητας περιόδου για το έτος 4.

Α) 1,25 Β) 1,625 Γ) 1,75 Δ) 1,825 Ε) 1,95

Ερώτηση 16

Για μια μελέτη στο διάστημα $(x, x+1]$ κάνετε την υπόθεση ότι η ένταση θνησιμότητας και αποχώρησης είναι σταθερές και χρησιμοποιείται τα εξής:

a) Ένδεκα πρόσωπα εισέρχονται στην παρατήρηση σε ηλικία x
b) Υπάρχουν δύο νεοεισερχόμενοι σε ηλικία x+0,4.
c) Υπάρχουν δύο προγραμματισμένες έξοδοι από την παρατήρηση σε ηλικία x+0,8.
d) Υπάρχει από μια μη-προγραμματισμένη αποχώρηση σε ηλικία x+0,2 και x+0,4.
e) Υπάρχει ένας θάνατος σε ηλικία x+0,6.

Να υπολογίσετε την εκτιμήτρια μεγίστης πιθανοφάνειας του $\mu_x^{(w)}$.

Α) 0,10 Β) 0,20 Γ) 0,21 Δ) 0,22 Ε) 0,23

Ερώτηση 17

Θεωρείτε ότι η εξομαλυμένες πιθανότητες επιτυχίας v_i σε ένα παιχνίδι είναι αναλογική της ηλικίας του παίκτη. Σε ένα παιχνίδι με 3 παίχτες καταγράφηκαν οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

Παίκτης	Ηλικία	Πλήθος επιτυχιών	Πλήθος δοκιμών w_x
1	20	25	100
2	25	28	112
3	30	30	100

Να υπολογισθεί η τιμή u_1 η οποία προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του μέτρου εφαρμογής $F = \sum_{i=1}^{3} w_i (u_i - v_i)^2$, όπου ως βάρος σε κάθε ηλικία χρησιμοποιείται το πλήθος των δοκιμών.

u_i η παρατηρηθείσα πιθανότητα επιτυχιών

v_i η εξομαλυμένη πιθανότητα επιτυχιών

Α) 0,210 Β) 0,213 Γ) 0,218 Δ) 0,250 Ε) 0,265

Ερώτηση 18

Εάν οι εντάσεις κάθε ενός από τα δύο αίτια εξόδου είναι σταθερές για κάθε έτος ηλικίας και

$q_x^{(1)} = q_x^{(2)} = 12/49$

Να υπολογίσετε την τιμή της $q_x^{'(1)}$

Α) 2/7 Β) 2/6 Γ) 5/7 Δ) $2\sqrt{2}/7$ Ε) 12/43

Ερώτηση 19

Σε μια απομονωμένη φυλή ιθαγενών η θνησιμότητα q_0 ενός νεογέννητου το πρώτο έτος ζωής είναι 0,279. Εάν το 16% των νεογέννητων αποβιώνει λόγω ενός θανατηφόρου ιού, να υπολογίσετε την πιθανότητα θανάτου σε ηλικία 0 εάν ο ιός αυτός εκλείψει. Υποθέτουμε ότι τα αίτια θανάτου δρουν ανεξάρτητα και ότι η θνησιμότητα είναι σταθερή κατά την διάρκεια του έτους.

Α) 0,1302 Β) 0,1405 Γ) 0,1508 Δ) 0,1611 Ε) 0,1654

Ερώτηση 20

Η μέθοδος Kimeldorf-Jones χρησιμοποιείται για μια εξομάλυνση, όπου:

i. η τ.μ. $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{bmatrix}$ ακολουθεί *πολυδιάστατη κανονική κατανομή* με πίνακα συνδιακυμάνσεων τον $\mathbf{A}$

ii. ο πίνακας συνδιακυμάνσεων της πρότερης κατανομής $\mathbf{A}$ είναι τάξης α_2 δηλ τα στοιχεία του δίνονται από τον τύπο $a_{ii} = p^2, \forall\, i$ και $c_{ij} = r_i r_{i+1} r_{i+2} \cdots r_{j-1}$

iii. Η διασπορά κάθε τ.μ. T_i ισούται με 1/4

iv. Ο συντελεστής συσχέτισης $c_{i,i+1}$ των τ.μ. T_i και T_{i+1} ισούται με 1/i

Να υπολογισθεί η πρότερη συνδιακύμανση των τ.μ. T_2 και T_5

A) $\frac{1}{480}$ B) $\frac{1}{240}$ Γ) $\frac{1}{96}$ Δ) $\frac{1}{48}$ E) $\frac{1}{24}$

Ερώτηση 21

Με βάση τον ακόλουθο πίνακα να υπολογίσετε την πιθανότητα ${}_2q_{63}$

x	e_x
63	9,5
64	9,0
65	8,5

A) 1/20 B) 2/21 Γ) 1/10 Δ) 1/5 E) 13/70

Ερώτηση 22

Επιθυμείτε με παραμετρική εξομάλυνση για την οποία χρησιμοποιείται ο τύπος του Gompertz $u_x = Bc^x$ να εξομαλύνετε τις ακόλουθες παρατηρήσεις:

x	$\ln \mu_x$
1	-3,10
2	-3,07
3	-3.06

Να βρεθεί το ln(c) με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

Α) 0,010 Β)0,015 Γ) 0,020 Δ) 0,025 Ε) 0,030

Ερώτηση 23.

Σε μια μελέτη θνησιμότητας είχατε τις εξής παρατηρήσεις:

Χρόνος	Θάνατοι	Αριθμός σε κίνδυνο
1	2	15
3	1	12
5	1	10
12	1	3

Να υπολογίσετε την S(12) από την εκτίμηση Nelson-Aalen

Α) 0,50 Β) 0,52 Γ) 0,54 Δ) 0,60 Ε) 0,65

Ερώτηση 24

Σε μια εξομάλυνση με μέθοδο Whittaker μικτής μορφής

$$M = \sum_{x=1}^{5} 3(v_x - u_x)^2 + 4\left[\sum_{x=1}^{3}(\Delta^2 v_x)^2 + \sum_{x=1}^{4}(\Delta v_x)^2\right].$$

Αν $u_2 = a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 + a_5 v_5$ να υπολογισθεί ο συντελεστής a_3

Α) -6,67 Β) -6,33 Γ) -3,75 Δ) 1,33 Ε) 6,33