ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:7 Φεβρουαρίου 2018	**Πρωί:**		**Απόγευμα:**	**Χ**
Θεματική Ενότητα: Αναλογιστικά Πρότυπα Επιβίωσης				

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Υ Χ Ι Α !!!!!!

Άσκηση 1

Θεωρούμε ένα πίνακα παραμονής στην υπηρεσία ενός μισθωτού 60 ετών με μόνα αίτια εξόδου τον θάνατο και την συνταξιοδότηση. Η μέγιστη ηλικία εξόδου στην συνταξιοδότηση είναι 65 έτη. Το r_x συμβολίζει τον αριθμό αποχωρήσεων λόγω συνταξιοδότησης και d_x τον αριθμό αποχωρήσεων λόγω θανάτου μεταξύ των ετών x και $x+1$

Ηλικία	l_x	r_x	d_x
60	10.000	1.968	
61	7.872	1.933	
62	5.797	1.894	
63	3.787	1.852	
64	1.852	1808	
65	0		

Α) **(5 μονάδες)**Να υπολογίσετε για τον μισθωτό αυτό τις πιθανότητες εξόδου από την υπηρεσία λόγω θανάτου και λόγω συνταξιοδότησης.

Β) **(5μονάδες)**Υποθέτοντας ότι οι θάνατοι συμβαίνουν στο μέσο του έτους και οι συνταξιοδοτήσεις στο τέλος του έτους να υπολογίσετε την αναμενόμενη παραμονή του μισθωτού στην υπηρεσία για κάθε ηλικία από 60 έως 64.

Άσκηση 2

(Α)**(4 μονάδες)**Μια εξομάλυνση Whittaker με κριτήριο ομαλότητας το οποίο ελαχιστοποιεί τις δεύτερες διαφορές χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των τιμών v_x. Αν στον πίνακα $c = w + hk_z'k_z$ η τιμή του $c_{11} = 9$, να υπολογίσετε το c_{33}. με βάση τα ακόλουθα δεδομένα:

X	w_x	u_x	v_x
50	6	u_{50}	4
51	3	u_{51}	7
52	w_{52}	11	8
53	2	u_{53}	6

Β)Ένα διαγνωστικό τεστ έχει πιθανότητα 0,95 να δώσει θετικό αποτέλεσμα όταν εφαρμόζεται σε ένα άτομο που ασθενεί από μια ορισμένη νόσο, καθώς και πιθανότητα 0,10 να δώσει θετικό αποτέλεσμα όταν εφαρμόζεται σε μη ασθενείς. Υπολογίζεται ότι 0,5% του πληθυσμού είναι ασθενείς. Ας υποθέσουμε ότι το διαγνωστικό τεστ γίνεται σε ένα άτομο για το οποίο δεν γνωρίζουμε αν πάσχει από τη νόσο. Να υπολογίσετε τις παρακάτω πιθανότητες:

i) **(2 μονάδες)**η πιθανότητα το αποτέλεσμα του διαγνωστικού τεστ να είναι θετικό (ανεξάρτητα από το αν εφαρμόζεται σε ασθενή ή μη ασθενή)

ii) **(2 μονάδες)**η πιθανότητα το άτομο να είναι ασθενής δεδομένου ότι το αποτέλεσμα του διαγνωστικού τεστ είναι θετικό

iii) **(2 μονάδες)**το άτομο να μην είναι ασθενής δεδομένου ότι το αποτέλεσμα του διαγνωστικού τεστ είναι αρνητικό.

Άσκηση 3

100 πρόσωπα παρατηρούνται σε ηλικία 60 ετών. Από αυτά

α) 15 αποχωρούν σε ηλικία 60,6

β) 10 αποβιώνουν μεταξύ 60 και 60,6

γ) 3 αποβιώνουν μεταξύ 60,6 και 61

δ)72 πρόσωπα επιβιώνουν σε ηλικία 61.

Α)**(4 μονάδες)** Να υπολογίσετε την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας της q_{60} υποθέτοντας ομοιόμορφη κατανομή των θανάτων μεταξύ 60 και 61.

Β) **(6 μονάδες)** Να υπολογίσετε την q_{60} με την μέθοδο Kaplan-Meier.

Άσκηση 4

Θεωρούμε μια ομάδα n νεογέννητων των οποίων η διάρκεια ζωής ακολουθεί την $S(t) = \theta^a (\theta + t)^{-a}, t \geq 0$.

Α)**(5 μονάδες)** Αυτή η ομάδα παρακολουθείται έως τον τελευταίο θάνατο και καταγράφονται θάνατοι σε ηλικίες $\{x_1,\ldots,x_n\}$. Να υπολογίσετε την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας του a

Β) **(5 μονάδες)** Αυτή η ομάδα παρατηρείται για χρόνο c έτη και καταγράφονται θάνατοι σε ηλικίες $\{x_1,\ldots,x_r\}, r < n$. Να υπολογίσετε την εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας του a.

Άσκηση 5

Α) **(4 μονάδες)** Ένα τυχαίο δείγμα αποτελείται από τις ακόλουθες τιμές:

$$\{0,1,\quad 0,2,\quad 0,5,\quad 0,7,\quad 1,3\}$$

Θέλουμε να ελέγξουμε την υπόθεση ότι η κατανομή του δείγματος είναι η ακόλουθη

$$f(x) = \frac{4}{(1+x)^5}, x > 0$$

Να υπολογίσετε την στατιστική Kolmogorov-Smirnov $D_n(x)$.

Β)Για μια μεγάλη ομάδα πληθυσμού εξομαλύνθηκαν τα δεδομένα από την πιο πρόσφατη εμπειρία με τον τύπο $\mu_\chi = 0{,}0003 + 0{,}00004 * 1{,}1^\chi$.

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει μερικά από τα στοιχεία της μελέτης.

Ηλικία	Πλήθος θανάτων που παρατηρήθηκαν O_x	Πλήθος αναμενόμενων θανάτων E_x
60	127	
61	139	133,28
62	162	148,91
63	167	158,26
64	205	161,74
65	179	180,33
66	185	187,71
67	212	195,3
68	209	205,7
69	195	215,26

Εφαρμόστε τους ακόλουθους ελέγχους καλής εφαρμογής των εξομαλυμένων τιμών στα πρωτογενή δεδομένα και σχολιάστε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

i) **(3 μονάδες)** Έλεγχος X^2.

ii) **(3 μονάδες)** Έλεγχος προσήμων.

Δίνονται

Κρίσιμες τιμές $\chi^2_{a;n}$ **της κατανομής** X^2 $[\,P(X \geq X^2_{1-\alpha;k}) = a\,\}$

N	$\chi^2_{0,975;n}$	$\chi^2_{0,95;n}$	$\chi^2_{0,05;n}$	$\chi^2_{0,025;n}$
5	0,831	1,145	11,070	12,832
6	1,237	1,635	12,592	14,449
7	1,690	2,167	14,067	16,013
8	2,180	2,733	15,507	17,535
9	2,700	3,325	16,919	19,023
10	3,247	3,940	18,307	20,483

και

Bi(10, 0,5)	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	F(k)	0,0010	0,0107	0,0547	0,1719	0,3770	0,6230	0,8281	0,9453	0,9893	0,9990	1,0000