ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΟΥΛΙΟΥ 2012

ΣΥΜΒΑΝΤΑ ΖΩΗΣ ΚΑΙ ΘΑΝΑΤΟΥ
4 ΙΟΥΛΙΟΥ 2012

ΑΠΟΓΕΥΜΑΤΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (1 μ.μ. – 3 μ.μ.)

1. (6 μονάδες)
   i. Να βρεθούν τα $\mu_{65:60}$, ${}_5p_{65:60}$ και ${}_2q^{\ 1}_{65:65}$. Δίνονται: $\mu_{65} = 0.005543$,

   $\mu_{60} = 0.002266$, $\frac{l_{70}}{l_{65}} = 0.957538$, $\frac{l_{65}}{l_{60}} = 0.981851$, $\frac{l_{67}}{l_{65}} = 0.986864$

   ii. Έστω μία απλή ασφάλεια ζωής διάρκειας 10 ετών σε άτομο ηλικίας 50 με κεφάλαιο θανάτου 10,000 € πληρωτέο στο τέλος του έτους του θανάτου. Ζητείται η αναμενόμενη παρούσα αξία και η διακύμανση της παροχής που προβλέπεται από το εν λόγω συμβόλαιο. Δίνονται: i = 4%, $A_{50} = 0.3286$, $A_{60} = 0.4564$,

   $\frac{l_{60}}{l_{50}} = 0.956843$, ${}^2A_{50} = 0.13017$, ${}^2A_{60} = 0.23723$

   iii. Να υπολογιστεί το ${}_{t+1}V_x$ δοθέντος ότι $P_x = 0.017$, ${}_tV_x = 0.468$, i = 3%, $q_{x+t} = 0.024$

2. (8 μονάδες) Μία ασφαλιστική εταιρία εκδίδει ένα συνταξιοδοτικό πρόγραμμα σε έναν άνδρα ηλικίας 65 και στην σύζυγο του ηλικίας 62. Το πρόγραμμα προβλέπει την καταβολή ετήσιας σύνταξης 20,000 € εγγυημένα για τα πρώτα 5 έτη και κατόπιν για όσο διάστημα παραμένει ο άνδρας εν ζωή. Επίσης, προβλέπει την καταβολή ετήσιας σύνταξης 10,000 € στην σύζυγο η οποία θα ξεκινάει στο τέλος του μήνα εντός του οποίου πεθαίνει ο σύζυγος ή στην 5η επέτειο από την έναρξη του συμβολαίου (εφόσον ο σύζυγος πεθάνει εντός της εγγυημένης περιόδου). Η σύνταξη καταβάλλεται μηνιαίως στην αρχή κάθε μήνα. Ζητείται το καθαρό εφάπαξ ασφάλιστρο υπό την υπόθεση ότι η συνάρτηση μετατροπής Dx είναι γραμμική σε κάθε έτος ηλικίας. Δίνονται: i = 4%; $\frac{l_{70}}{l_{65}} = 0.957538$; $\frac{l_{67}}{l_{62}} = 0.979734$; $\ddot{a}_{67} = 14.111$; $\ddot{a}_{70} = 11.562$; $\ddot{a}_{70:67} = 10.233$

3. (6 μονάδες) Δίνονται $\iota = \frac{1}{32}$ και, για όλα τα x, $u * p_x = \frac{24}{25}$ (και άρα $d = \frac{1}{33}$ και $u * q_x = \frac{8}{825}$ για κάθε x.

   i. Να δειχτεί ότι $\ddot{a}_{x:2\overline{0}|} = 25 * \left[1 - \left(\frac{24}{25}\right)^{20}\right]$ και $A_{x:2\overline{0}|} = \frac{8}{33} + \frac{25}{33} * \left(\frac{24}{25}\right)^{20}$.

   ii. Να δειχτεί ότι το καθαρό ετήσιο ασφάλιστρο 20ετούς μικτής είναι $\frac{8}{33} * \left[\frac{25^{19} + 3 * 24^{19}}{25^{20} - 24^{20}}\right]$.

   iii. Να δειχτεί ότι η αναδρομική σχέση μεταξύ ${}_{t-1}V_{x:2\overline{0}|}$ και ${}_tV_{x:2\overline{0}|}$ είναι

   ${}_{t-1}V_{x:2\overline{0}|} = \frac{25}{24} * \left({}_tV_{x:2\overline{0}|} + P_{x:2\overline{0}|}\right) - \frac{1}{99}$, t = 0,1,…,19

iv. Να δειχτεί ότι το συσσωρευμένο κόστος της μικτής ασφάλισης στο t = 20 είναι ${}_{20}K_x = \frac{8}{33} * \left(\frac{25}{24}\right)^{20} + \frac{25}{33}$ και ότι το τμήμα του συσσωρευμένου κόστους που σχετίζεται με την κάλυψη θανάτου είναι $\frac{8}{33} * \left[\left(\frac{25}{24}\right)^{20} - 1\right]$.

4. (4 μονάδες) Να βρεθούν με επιτόκιο μηδέν:
   i. Το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για μία πρόσκαιρη ασφάλιση θανάτου διάρκειας n
   ii. Το μαθηματικό απόθεμα για την ίδια ασφάλιση εκφρασμένο προοπτικά
   iii. Το ίδιο μαθηματικό απόθεμα εκφρασμένο ανασκοπικά

5. (10 μονάδες) Έστω μία ασφάλιση επιβίωσης διάρκειας 3 ετών σε άτομο ηλικίας x με κεφάλαιο 1,000 €. Το ασφάλιστρο καταβάλλεται εφάπαξ στην έναρξη της ασφάλισης. Σε περίπτωση θανάτου του ασφαλισμένου πριν από την λήξη της ασφάλισης προβλέπεται επιστροφή του εφάπαξ εμπορικού ασφαλίστρου άτοκα. Δίνονται: i = 4%, $q_x = 0.1$ για κάθε x, Έξοδα 1^{ου} έτους: 5 € + 1% επί του εμπορικού εφάπαξ ασφαλίστρου & Έξοδα επόμενων ετών: 1 €.
   (i) Να υπολογιστεί το εφάπαξ εμπορικό ασφάλιστρο χρησιμοποιώντας την αρχή της ισοδυναμίας.
   (ii) Να υπολογιστούν τα άρτια μαθηματικά αποθέματα στο τέλος κάθε έτους ασφάλισης χρησιμοποιώντας τον αναδρομικό τύπο υπολογισμού των αποθεμάτων (θα χρειαστεί ο υπολογισμός του εφάπαξ καθαρού ασφαλίστρου)
   (iii) Να υπολογιστούν οι αναμενόμενες χρηματοροές κάθε έτους, για κάθε συμβόλαιο σε ισχύ στην αρχή του έτους, στην βάση των στοιχείων του παρακάτω διπλού πίνακα εξόδου και επιτόκια / έξοδα όμοια με αυτά της τιμολόγησης. Ως ασφαλιστικές υποχρεώσεις να ληφθούν τα καθαρά μαθηματικά αποθέματα. Η αξία εξαγοράς στο τέλος του 1^{ου} & 2^{ου} έτους είναι ίση με το 90% του καθαρού μαθηματικού αποθέματος.
   Να προσδιοριστεί το profit signature από το παραπάνω profit vector.
   Ισχύει ο παρακάτω double decrement πίνακας ((1) θάνατος; (2) εξαγορά):

K	$q_{x+k}^{(1)}$	$q_{x+k}^{(2)}$
0	0.05	0.10
1	0.05	0.05
2	0.05	0.00

6. (6 μονάδες) Δίνεται τροποποιημένο ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο ισόβιας ασφάλισης $\pi_x(t) = \frac{9}{10} * P_x + a * t$, t = 0,1,2… και α θετικά σταθερά.
   i. Να βρεθεί το α δοθέντος ότι $(Ia)_x = 5 * \ddot{a}_x$
   ii. Το τροποποιημένο απόθεμα που αντιστοιχεί στο παραπάνω τροποποιημένο ασφάλιστρο είναι ${}_tV_x^{\text{mod}} = {}_tV_x - \phi(x,t)$. Να δειχτεί ότι το φ(x,t) μπορεί να γραφεί ως: $\phi(x,t) = \frac{1}{50} * \left[(t-5) * A_x * (1 - {}_tV_x) + P_x * (Ia)_{x+t}\right]$
   iii. Να γραφούν ειδικότερα τα $\phi(x,0)$ και $\phi(x,\infty)$ καθώς και τα ${}_5V_x^{\text{mod}}$ και ${}_{15}V_x^{\text{mod}}$
   iv. Για ποια t ισχύει $\pi_x(t) \geq P_x$;

7. (10 μονάδες) Μία ασφαλιστική εταιρία ζωής εκδίδει συμβόλαιο unit – linked διάρκειας 3 ετών σε έναν άνδρα ηλικίας 40. Τα ασφάλιστρα είναι σταθερά ύψους 1.000 € για όλη την διάρκεια του συμβολαίου και προπληρώνονται στην αρχή κάθε έτους. Το ασφάλιστρο του 1ου έτους επενδύεται κατά 50% ενώ του 2ου και του 3ου έτους κατά 105%. Το bid – offer spread είναι ίσο με 5% ενώ το ετήσιο διαχειριστικό έξοδο (annual management charge) είναι ίσο με 1% επί της Αξίας Λογαριασμού. Διευκρινίζεται ότι το ετήσιο διαχειριστικό έξοδο αφαιρείται από τον Λογαριασμό στο τέλος του έτους. Το κεφάλαιο θανάτου ισούται με 10.000 €. Σε περίπτωση θανάτου καταβάλλεται στους δικαιούχους το κεφάλαιο θανάτου και η αξία λογαριασμού στο τέλος του έτους του θανάτου. Για την επιπλέον κάλυψη θανάτου (πέραν της Αξίας Λογαριασμού) χρεώνεται ετησίως η Αξία Λογαριασμού με κόστος ίσο με 1% επί του κεφαλαίου θανάτου (η χρέωση γίνεται στο τέλος του έτους με παρόμοιο τρόπο με το ετήσιο διαχειριστικό έξοδο). Δίνονται επίσης οι εξής υποθέσεις:

Ποσοστό Ετήσιας Αύξησης Αξίας Λογαριασμού	4%
Ετήσια Απόδοση για τις εκτός Αξίας Λογαριασμού χρηματοροές (non – unit linked cash flows)	3%
qx για κάθε x	1%
Έξοδα 1ου έτους	30 € + 10% επί του ασφαλίστρου
Έξοδα επόμενων ετών	10 € + 2% επί του ασφαλίστρου
Επιτόκιο προεξόφλησης (discount rate)	4%
Πληθωρισμός Εξόδων (inflation rate)	2%

Ζητείται:
   (i) Να υπολογιστεί το profit margin.
   (ii) Υποθέτοντας ότι η ασφαλιστική εταιρία επιλέγει να μηδενίσει τις μελλοντικές αρνητικές χρηματοροές (zeroise future negative cashflows) να σχηματίσετε τα κατάλληλα αποθέματα, τις χρονικές στιγμές που αυτό απαιτείται .