ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 22/7/2015		**Πρωί:**	√	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Αναλογιστικής Προτυποποίησης, Κατασκευή και Αξιολόγηση Αναλογιστικών Προτύπων					

1. Δίδονται $p(x)=36xe^{-6x},\ x>0$ και $\theta=\frac{5}{9}$. Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής R.

(Α) $\frac{1}{6}$ **(Β)** $\frac{3}{4}$ **(Γ)** 1 **(Δ)** $\frac{3}{2}$ **(Ε)** 2

2. Έστω διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S με $\Pr(N=k)=\frac{1}{5}, k=1,2,3,4,5$ και $\Pr(X=x)=\frac{1}{2}, x=1,2$. Να βρεθεί η $\Pr(S=6)$.

(Α) 0,15000 **(Β)** 0,13750 **(Γ)** 0,13125 **(Δ)** 0,12500 **(Ε)** 0,10000

3. Δίδεται η τ.μ. $D=\max\{5-S,\ 0\}$ και $f_S(k)=\binom{16}{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{16},\ k=0,1,\ldots,16$. Να βρεθεί η $E(D)$.

(Α) $\frac{42}{817}$ **(Β)** $\frac{23}{374}$ **(Γ)** $\frac{211}{364}$ **(Δ)** $\frac{14}{367}$ **(Ε)** $\frac{1}{117}$

4. Έστω $S\sim CP\left(\lambda;\ p(x)=4e^{-4x},\ x>0\right)$ και $\vartheta=\frac{1}{2}$. Να βρεθεί σημείο αδιαφορίας (ως προς τον συντελεστή προσαρμογής) για αντασφαλιστική κάλυψη υπερβάλλοντος ζημίας I_x του κινδύνου με $\xi=\frac{3}{4}$.

(Α) $\frac{6}{7}\ln\frac{7}{6}$ **(Β)** $\frac{3}{4}\ln\frac{7}{6}$ **(Γ)** $\frac{3}{4}\ln\frac{6}{7}$ **(Δ)** $\frac{4}{3}\ln\frac{7}{6}$ **(Ε)** $\frac{4}{3}\ln\frac{6}{7}$

5. Να βρεθεί ο λόγος $\frac{\sigma(S)}{E(S)}$ στο ακόλουθο χαρτοφυλάκιο S ανεξάρτητων κινδύνων

n	q	$E(X)$	$Var(X)$
500	0,1	2	$\frac{4}{3}$
700	0,1	2	4

(Α) $\frac{1}{21}$ **(Β)** $\frac{1}{29}$ **(Γ)** $\frac{1}{33}$ **(Δ)** $\frac{5}{33}$ **(Ε)** $\frac{5}{43}$

6. Δίδονται χαρτοφυλάκια ανεξάρτητων κινδύνων

S_A : n_A q $X \sim U(0,\ a)$

S_B : n_B q $X \sim Exp(\beta)$

Να βρεθεί ο λόγος $\frac{n_A}{n_B}$ έτσι ώστε $\frac{\sigma(S_A)}{E(S_A)} = \frac{\sigma(S_B)}{E(S_B)}$.

(Α) $\frac{6-3q}{4-3q}$ **(Β)** $\frac{3-2q}{4-3q}$ **(Γ)** $\frac{4-3q}{6-3q}$ **(Δ)** $\frac{4-3q}{3-2q}$ **(Ε)** $\frac{4-3q}{3-3q}$

7. Έστω σύνθετη Poisson διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S με $\lambda = 4$ και $\Pr(X=2) = \Pr(X=3) = \frac{1}{2}$. Να βρεθεί η $E(I_5)$.

(Α) $5 + \frac{15}{2}e^{-4}$ **(Β)** $5 + \frac{17}{2}e^{-4}$ **(Γ)** $5 + 10e^{-4}$

(Δ) $5 + \frac{21}{2}e^{-4}$ **(Ε)** $5 + 17e^{-4}$

8. Το ύψος αποζημίωσης έχει σ.π.π. $\begin{cases} p(x) = 1-\alpha, & 0 \le x \le 1 \\ p(x) = \alpha, & 1 < x \le 2 \end{cases}$. Αν $E(L_1) = \frac{3}{5}$ (μέση τιμή της πτώσης του αποθεματικού κάτω από το αρχικό του επίπεδο, αν συμβεί τέτοια πτώση) να βρεθεί το α;

(Α) $\frac{1}{6}$ **(Β)** $\frac{1}{3}$ **(Γ)** $\frac{5}{6}$ **(Δ)** $\frac{1}{18}$ **(Ε)** $\frac{11}{18}$

9. Δίδεται τ.μ. γεωμετρική με σ.π. $f(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$, $n=0,1,2,\ldots$. Ποιο από τα παρακάτω είναι η τιμή του $E\left(I_{k+1}{}^2\right)$ για κάθε ακέραιο k;

(Α) $(k+1)\cdot f(k)$ **(Β)** $6\cdot f(k)$ **(Γ)** $2\cdot f(k)$ **(Δ)** $6\cdot f(k+1)$ **(Ε)** $k\cdot f(k+1)$

10. Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής (μικρότερη θετική ρίζα) όταν $p(x)=xe^{-x}$ και $\theta=2$.

(Α) $\frac{1}{2}$ **(Β)** $\frac{1}{3}$ **(Γ)** $\frac{1}{5}$ **(Δ)** $\frac{2}{11}$ **(Ε)** $\frac{2}{13}$

11. Δίδεται η τ.μ. $D=\max\{\lambda\cdot(kG-S),\ 0\}$, όπου S οι συνολικές αποζημιώσεις με σ.π. $\Pr(S=n)=\frac{1}{7}, n=1,2,\ldots,7$. Αν $G=6$, $\lambda=70\%$ και $E(D)+E(S)\le\frac{4}{5}G$ να βρεθεί η μέγιστη τιμή του k.

(Α) 75% **(Β)** 73% **(Γ)** 70% **(Δ)** 67% **(Ε)** 63%

12. Έστω διαδικασία πλεονάσματος $U(t)=10+5t-X$. Ο χρόνος επέλευσης T ενός ζημιογόνου γεγονότος έχει σ.π.π. $f(t)=\frac{1}{(1+t)^2}$, $t>0$ και το ύψος της απώλειας $X\sim U(5,\ 25)$. Να βρεθεί η $\psi(10)$.

(Α) $\frac{3}{20}(5-\ln 6)$ **(Β)** $\frac{1}{20}(1-\ln 6)$ **(Γ)** $\frac{5}{20}(3-\ln 4)$

(Δ) $\frac{1}{20}(3-\ln 5)$ **(Ε)** $\frac{5}{20}\ln 4$

13. Σε μία Poisson διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων, το ετήσιο αποτέλεσμα G έχει σ.π.

$$\begin{cases}\Pr(G=-\kappa)=\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{\kappa} & ,\ \kappa=1,2,3,..\\ \Pr(G=\kappa)=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{\kappa+1} & ,\ \kappa=0,1,2,..\end{cases}$$

. Να βρεθεί ο συντελεστής προσαρμογής $\tilde{R}$.

(Α) $\ln\frac{4}{5}$ **(Β)** $\ln\frac{9}{20}$ **(Γ)** $\ln\frac{300}{763}$ **(Δ)** $\ln\frac{16}{51}$ **(Ε)** $\ln\frac{25}{104}$

14. Να βρεθεί η μαθηματική ελπίδα της κάλυψης $\begin{cases} 0 & , \quad 0 < S \le 2x \\ S-2x & , \quad 2x < S \le 4x \\ 2x & , \quad 4x < S \end{cases}$, όπου $f_S(x) = 2\beta e^{-2\beta x}$, $x > 0$.

(Α) $\frac{1}{\beta} e^{-4\beta x}\left(1-e^{-\beta x}\right)$ **(Β)** $\frac{1}{2\beta} e^{-2\beta x}\left(1-e^{-2\beta x}\right)$ **(Γ)** $\frac{1}{2\beta} e^{-4\beta x}\left(1-e^{-2\beta x}\right)$

(Δ) $\frac{1}{2\beta} e^{-2\beta x}\left(1-e^{-4\beta x}\right)$ **(Ε)** $\frac{1}{2\beta} e^{-4\beta x}\left(1-e^{-4\beta x}\right)$

15. $\Pr(K=k \mid P=p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, $k = 0,1,\ldots,n$, και $f_P(p) = 1, 0 < p < 1$. Να βρεθεί η αδέσμευτη σ.π. $\Pr(K=k) = \varphi(k)$, $k = 0,1,\ldots,n$.

(Α) $\varphi(k) = \frac{1}{n+1}$ **(Β)** $\varphi(k) = \left(\frac{1}{n+1}\right)k$ **(Γ)** $\varphi(k) = \left[\frac{2}{n(n+1)}\right]k$

(Δ) $\varphi(k) = \left[\frac{1}{n(n+1)}\right]k^2$ **(Ε)** $\varphi(k) = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]\frac{1}{k}$

16. Αν $M_{L_1}(r) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_\kappa r^\kappa$ και X το αντίστοιχο ύψος αποζημίωσης, ποιο από τα παρακάτω είναι ίσο με $E\left(X^\kappa\right)/E(X)$, $\kappa = 1, 2, \ldots$;

(Α) α_κ **(Β)** $\alpha_{\kappa-1}$ **(Γ)** $\frac{\kappa!}{\alpha_\kappa}$ **(Δ)** $\kappa!\,\alpha_\kappa$ **(Ε)** $\kappa!\,\alpha_{\kappa-1}$

17. Για ποια εκθετική σ.π.π. η πιθανότητα μη χρεοκοπίας είναι $\delta(u) = 1 - \alpha e^{-\beta u}$;

(Α) $\frac{\beta}{1-\alpha} e^{-\frac{\beta}{1-\alpha}x}$ **(Β)** $\frac{1-\alpha}{\beta} e^{-\frac{1-\alpha}{\beta}x}$ **(Γ)** $(1-\alpha)\beta e^{-(1-\alpha)\beta x}$

(Δ) $(1-\alpha)e^{-(1-\alpha)x}$ **(Ε)** $\beta e^{-\beta x}$

18. Έστω σύνθετη Poisson με $\lambda \cdot p_1 = 5,\ \lambda \cdot p_2 = 20$ και $\lambda \cdot p_3 = 80$. Να βρεθεί προσεγγιστική κατανομή Γάμμα $G_{\alpha,\beta}(x),\ x \geq x_0$ με $x_0 \neq 0$, που έχει τις ροπές της δοθείσας σύνθετης Poisson.

(Α) $\frac{1}{5!}(x-5)^5 e^{-(x-5)}$ **(Β)** $\frac{1}{4!}(x+5)^4 e^{-(x+5)}$ **(Γ)** $\frac{(1/2)^5}{4!}(x+5)^4 e^{-\frac{1}{2}(x+5)}$

(Δ) $\frac{1}{4!}(x-5)^4 e^{-(x-5)}$ **(Ε)** $\frac{(1/2)^5}{4!}(x-5)^4 e^{-\frac{1}{2}(x-5)}$

19. $\Pr(X = x \mid A = a) = \frac{4a^4}{(a+x)^5},\ x \geq 0$, και $\Pr(A = a) = \frac{3}{a^4}, a \geq 1$. Να βρεθεί η αδέσμευτη σ.π.π. $\Pr(X = x),\ x \geq 0$.

(Α) $\frac{2}{(3+x)^3}$ **(Β)** $\frac{3}{(1+x)^4}$ **(Γ)** $\frac{4}{(1+x)^5}$ **(Δ)** $\frac{3}{(3+x)^4}$ **(Ε)** $\frac{4}{(4+x)^5}$

20. Σε μία σύνθετη Poisson διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S, η παράμετρος της Poisson είναι $\lambda = 2$ και το ύψος της αποζημίωσης έχει σ.π.π. $f(x) = x \cdot e^{-x^2/2}, x > 0$. Να βρεθεί η $E(S)$ και η $Var(S)$.

	(Α)	**(Β)**	**(Γ)**	**(Δ)**	**(Ε)**
$E(S)$	$\sqrt{\pi/2}$	$\sqrt{\pi/2}$	$\sqrt{2\pi}$	$\sqrt{2\pi}$	$\sqrt{2\pi}$
$Var(S)$	8	4	$4-\pi$	8	4

21. Αν οι τ.μ. $S_k, k = 1,2,3,4$ είναι σύνθετες Poisson με παράμετρο $\lambda_k = \frac{k(k+1)}{2}$ και ύψος αποζημίωσης X_k με σ.π. $p_k(i) = \frac{i}{\lambda_k}, i = 1,\ldots,k$, η τ.μ. $S = \sum S_k$ είναι επίσης σύνθετη Poisson με παράμετρο λ και ύψος αποζημίωσης Y. Να βρεθεί η $\Pr(Y = 1)$.

(Α) $\frac{2}{5}$ **(Β)** $\frac{3}{10}$ **(Γ)** $\frac{3}{20}$ **(Δ)** $\frac{1}{5}$ **(Ε)** $\frac{1}{10}$

22. Ο χρόνος επέλευσης T ενός ζημιογόνου γεγονότος διέπετε από $\Pr(T>t)=e^{-\frac{5}{11}t}$, ενώ το ύψος της αποζημίωσης από την $\Pr\left(X=\frac{7}{3}t \mid T=t\right)=1$ και η σχετική διαδικασία πλεονάσματος είναι $U(t)=11+\frac{5}{4}t-X$. Να βρεθεί η $\psi(11)$.

(Α) $e^{-\frac{80}{13}}$ **(Β)** $e^{-\frac{60}{13}}$ **(Γ)** $e^{-\frac{20}{13}}$ **(Δ)** $e^{-\frac{20}{7}}$ **(Ε)** $e^{-\frac{20}{3}}$

23. Δίδεται χαρτοφυλάκιο 6n ανεξάρτητων κινδύνων

n	$\frac{1}{3}$	$\Pr(X=3)=1$
3n	$\frac{1}{6}$	$X \sim U(0,\ 4)$
2n	$\frac{1}{5}$	$X \sim Exp(2)$

Να βρεθεί το ελάχιστο πλήθος κινδύνων του χαρτοφυλακίου, ώστε $\frac{\sigma(S)}{E(S)} \le 25\%$.

(Α) 14 **(Β)** 15 **(Γ)** 25 **(Δ)** 90 **(Ε)** 150

24. Έστω σύνθετη αρνητική διωνυμική με $\Pr(N=n)=\frac{(n+1)(n+2)}{2}p^3q^n$, $n=0,1,2,\ldots$, και $p(x)=e^{-x}$, $x>0$. Να βρεθεί η ροπογεννήτρια των συνολικών αποζημιώσεων.

(Α) $\frac{1}{p^3}\left(\frac{p-t}{1-t}\right)^3$ **(Β)** $p\left(\frac{1-t}{p-t}\right)$ **(Γ)** $p^3\left(\frac{1-t}{p-t}\right)^3$ **(Δ)** $\left(\frac{1-t}{p-t}\right)^3$ **(Ε)** $p^3\left(\frac{1-t}{p-t}\right)$