ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ** **ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία: 24/2/2017		**Πρωί:**	**x**	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Αρχές Οικονομίας και Χρηματοοικονομικά Μαθηματικά					

1. Δίνεται ένταση ανατοκισμού $\delta_t = 0.02t$ για $0 \le t \le 5$. Να υπολογίσετε την ράντα $a_{\overline{5}|}$ και την ράντα $s_{\overline{5}|}$

(Α) $a_{\overline{5}|} = 4{,}4957$ $s_{\overline{5}|} = 5{,}3185$ (Β) $a_{\overline{5}|} = 4{,}4957$ $s_{\overline{5}|} = 5{,}7724$

(Γ) $a_{\overline{5}|} = 4{,}14213$ $s_{\overline{5}|} = 5{,}3185$ (Δ) $a_{\overline{5}|} = 4{,}8419$ $s_{\overline{5}|} = 5{,}1545$

(Ε) $a_{\overline{5}|} = 4{,}0144$ $s_{\overline{5}|} = 5{,}1545$

2. Επενδυτής Α, καταθέτει σε λογαριασμό € 100 με ονομαστικό επιτόκιο $i^{(4)} = 4\%$. Επενδυτής Β, καταθέτει σε έναν άλλο λογαριασμό ποσό Χ με επιτόκιο απλού τόκου $i = 4\%$. Το ποσό του τόκου που κερδίζει ο Α και ο Β στην διάρκεια του 13^{ου} τριμήνου είναι το ίδιο. Βρείτε το Χ

(Α) 108,668 (Β) 112,680 (Γ) 113,809 (Δ) 113,909 (Ε) 115,024

3. Μια διηνεκής ληξιπρόθεσμη ράντα καταβάλλει πληρωμές κάθε έτος με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 9,2% . Το ύψος των πληρωμών έχει ως εξής : € 10 κάθε έτος για τα πέντε (5) πρώτα έτη, από το έκτο έτος και μετά η κάθε πληρωμή είναι κ% αυξημένη σε σχέση με την προηγούμενη, όπου κ < 9,2. Εάν η παρούσα αξία της ράντας είναι 167,50 βρείτε το κ

(Α) 4,00 (Β) 4,19 (Γ) 4,39 (Δ) 4,59 (Ε) 4,79

4. Να υπολογίσετε την παρούσα αξία ληξιπρόθεσμης ράντας που πληρώνει ¼ κάθε τρίμηνο για 16 έτη. Δίνεται $i^{(2)} = 10\%$

(Α) $\frac{1}{2} a^{(2)}_{\overline{32}|}$ με $i = 10\%$

(Β) $\frac{1}{2} a_{\overline{32}|}$ με $i = 5\%$

(Γ) $2a^{(4)}_{\overline{16}|}$ με $i = 10{,}25\%$

(Δ) $\frac{1}{4} a_{\overline{64}|}$ με $i = 4{,}939\%$

(Ε) $\frac{1}{4} \frac{a_{\overline{192}|}}{s_{\overline{3}|}}$ με $i = 0{,}81648\%$

5. Μια ράντα καταβάλλεται συνεχώς με ρυθμό πληρωμής $f(t) = \frac{t^2 - 1}{n+1}$ όπου t, n > 0. Η συσσωρευμένη αξία σε χρόνο n είναι $\bar{s}_{\overline{n}|} = 12$. Να βρείτε το n. Δίνεται $\delta_t = \frac{1}{t+1}$, t>0

(Α) 4 (Β) 4,4 (Γ) 5 (Δ) 5,4 (Ε) 6

6. Η παρούσα αξία μιας διηνεκούς προκαταβλητέας ράντας που πληρώνει 1 μονάδα κάθε 4 έτη είναι 3,1547. Το επιτόκιο της ράντας είναι i, ετήσιο αποτελεσματικό. Η παρούσα αξία μιας άλλης ράντας που πληρώνει Κ μονάδες κάθε 3 έτη με την πρώτη πληρωμή να καταβάλλεται στην αρχή του 3^{ου} έτους είναι 15,1367. Βρείτε το Κ. Το επιτόκιο της ράντας είναι j, ετήσιο αποτελεσματικό και ισούται με ln(1+i).

(Α) 3,96 (Β) 4,34 (Γ) 4,75 (Δ) 4,96 (Ε) 5,70

7. Καταθέτει κάποιος 1 μονάδα στην αρχή κάθε έτους για 5 χρόνια με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο i. Σο τέλος κάθε έτους επανεπενδύει τον τόκο που κερδίζει σε έναν άλλο λογαριασμό με ένταση ανατοκισμού $\delta_t = \frac{1}{t+1}$. Στο τέλος των 5 ετών το συνολικό ποσό που συσσωρεύτηκε από τους 2 λογαριασμούς είναι 6,065. Υπολογίστε το i

(Α) 4% (Β) 4,5% (Γ) 5% (Δ) 8% (Ε) 10%

8. Καταθέτει κάποιος εφάπαξ ποσό € 1.000 σε λογαριασμό Α με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 4% για συνολικά 20 έτη. Τους τόκους που κερδίζει στα μονά έτη (t=1, 3, 5, 7, 9…,19) τους καταθέτει σε λογαριασμό Β με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 3,5%. Τους τόκους που κερδίζει στα ζυγά έτη (t=2, 4, 6, 8, 10…,20) τους καταθέτει σε λογαριασμό Γ με ετήσιο αποτελεσματικό επιτόκιο 3%. Στο τέλος των 20 ετών λαμβάνει όλα τα ποσά από τους τρεις λογαριασμούς. Πόση είναι η απόδοση που είχε?

(Α) 3,89% (Β) 3,84% (Γ) 3,79% (Δ) 3,74% (Ε) 3,69%

9. Δίνεται ένα επενδυτικό πρόγραμμα για το οποίο γνωρίζουμε τα εξής:
   Το IRR =14%. Έχει διάρκεια 6 έτη. Στην αρχή (t=0) απαιτεί εφάπαξ καταβολή 16.000. Τα μόνα εισοδήματα που αποφέρει είναι 3.000 στο τέλος κάθε έτους για τα πρώτα 4 έτη και εισόδημα Χ στο τέλος κάθε έτους για τα τελευταία 2 έτη. Να βρείτε το NPV του προγράμματος με ετήσιο προεξοφλητικό επιτόκιο 10%.

(Α) 5.750,3 (Β) 2.335,25 (Γ) 2.000

(Δ) -1.250,45 (Ε) κανένα από τα παραπάνω

10. Καταθέτει κάποιος την 1/11/2014 αρχικό ποσό 14.516. Την 1/3/2015 το ύψος του λογαριασμού είναι 14.547 και αμέσως μετά γίνεται κατάθεση 3.000. Την 1/8/2015 το ύψος του λογαριασμού είναι 18.351 και αμέσως μετά γίνεται απόσυρση 2.000. Την 1/2/2016 το ύψος του λογαριασμού είναι 16.969 και αμέσως μετά γίνεται κατάθεση 2.500. Την 1/4/2016 το ύψος του λογαριασμού είναι 18.542. Να βρεθεί η απόδοση στο διάστημα αυτό χρησιμοποιώντας την Time – Weighted Method (χρονοσταθμισμένη μέθοδο)

(Α) 3,588% (Β) 2,860% (Γ) 2,679% (Δ) 2,519% (Ε) 2,378%

11. Την 1/1/2015 το ύψος ενός λογαριασμού είναι 100. Την 1/4/2015 έχει γίνει 105 ενώ αμέσως μετά γίνεται απόσυρση 4 μονάδων. Την 1/1/2016 το ύψος του λογαριασμού είναι Β. Την 1/1/2017 το ύψος του λογαριασμού είναι 104. Για το έτος 2015 ισχύει η Dollar – Weighted Method (χρηματοσταθμισμένη μέθοδος) ενώ για το έτος 2016 ισχύει η Time – Weighted Method (χρονοσταθμισμένη μέθοδος). Η απόδοση του έτους 2015 με την Dollar – Weighted Method είναι ίση με αυτή του 2016 με την Time – Weighted Method. Να βρείτε την απόδοση αυτή.

(Α) 2,051% (Β) 2,161% (Γ) 3,192% (Δ) 4,062% (Ε) 4,277%

12. Αντί καταβολής της δόσης $\frac{1}{\alpha_{\overline{n}|}}$ για χρεολυτική εξόφληση δανείου ύψους 1, ο δανειολήπτης έχει την ευχέρεια να καταβάλλει τον ετήσιο τόκο i επί του συνολικού ύψους του δανείου και ταυτόχρονα να καταθέτει ετήσιες δόσεις σε λογαριασμό που κερδίζει επιτόκιο i' μεγαλύτερο από το επιτόκιο i του δανείου με στόχο τη συγκέντρωση του ποσού 1 για αποπληρωμή όλου του κεφαλαίου του δανείου στη λήξη (στο τέλος των n ετών). Ποιο είναι το ετήσιο όφελος του δανειολήπτη απέναντι στην περίπτωση που θα κατέβαλε τη χρεολυτική δόση $\frac{1}{\alpha_{\overline{n}|}}$

(Α) $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i'}}$ (Β) $\frac{1}{\alpha_{\overline{n}|i'}} - \frac{1}{\alpha_{\overline{n}|i}}$ (Γ) $\frac{1}{\alpha_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i'}}$ (Δ) $\frac{1}{\alpha_{\overline{n}|i'}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$

(Ε) $i' - i$

13. Δάνειο ύψους L αποπληρώνεται με $2n$ - σταθερές τοκοχρεωλυτικές δόσεις ύψους $\Delta = \frac{L}{n}$. Ο τόκος που περιέχεται στην t δόση για $t = 1,2,...,2n$ είναι $I_t = \frac{L}{n}\left(1 - \frac{t}{2n+1}\right)$. Ποιο από τα παρακάτω είναι ίσο με το επιτόκιο?

(Α) $\frac{2}{2n+1}$ (Β) $\frac{3}{4n+1}$ (Γ) $\frac{3}{2n+1}$ (Δ) $\frac{9}{4n+1}$ (Ε) $\frac{9}{2(2n-1)}$

14. Έστω ότι σήμερα συνάπτεται μια 15-μηνη συμφωνία Forward επί μιας μετοχής με σημερινή τιμή 100 μονάδες. Υποθέτουμε ότι το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο είναι ετησίως, με συνεχή ανατοκισμό και για διάρκειες 3 6 9 12 και 15 μηνών ίσο προς 1% 2% 2,5% 3% και 3,5% αντίστοιχα. Υποθέτουμε ότι η μετοχή δίνει μέρισμα 0,5 μονάδων μετά από 6 και 12 μήνες. Ποια από τα παρακάτω είναι σωστά?

(I) Η σημερινή αξία του Forward είναι μηδενική

(II) Η τιμή μεταβίβασης (delivery price) της μετοχής είναι ίση προς 103,45 μονάδες

(III) Εάν η τιμή της μετοχής 9 μήνες μετά την σύναψη της συμφωνίας (και αμέσως μετά την καταβολή μερίσματος) είναι 120 μονάδες, η αξία του Forward τότε για θέση πώλησης (short) της μετοχής θα είναι 17,08 μονάδες

(IV) Εάν η τιμή της μετοχής 12 μήνες μετά την σύναψη της συμφωνίας (και αμέσως μετά την καταβολή μερίσματος) είναι 80 μονάδες, η αξία του Forward τότε για θέση αγοράς (long) της μετοχής θα είναι 23,19 μονάδες

(Α) Όλα είναι σωστά

(Β) Μόνο τα (I), (II) και (III) είναι σωστά

(Γ) Μόνο τα (I), (II) και (IV) είναι σωστά

(Δ) Μόνο τα (I) και (II) είναι σωστά

(Ε) Μόνο το (I) είναι σωστό

15. Ένα δάνειο αποπληρώνεται με τοκοχρεωλυτικές δόσεις ύψους 1 μονάδας κατά τις χρ. στιγμές $t = 1,2,...,30$ προς επιτόκιο i . Ο δανειολήπτης καταβάλλει κανονικά τις δόσεις μέχρι την χρ. στιγμή $t = 10$ όπου αντί της δόσης καταβάλλει εφάπαξ ποσό ύψους 5 μονάδων και ζητάει την αποπληρωμή του υπολειπόμενου ποσού του δανείου σε ισόποσες τοκοχρεωλυτικές δόσεις ύψους R μονάδων κατά τις χρ. στιγμές $t = 11,12,...,20$. Να βρεθεί η έκφραση της δόσης R εάν η Τράπεζα ζητάει επιτόκιο $j > i$ καθ' όλη την διάρκεια του δανείου.

Δίνεται: $a_{\overline{30}|i} = 2\, a_{\overline{10}|j}$

(Α) $\dfrac{s_{\overline{10}|} - 5}{\alpha_{\overline{10}|}}$ όπου όλες οι ράντες είναι υπολογισμένες με επιτόκιο j

(Β) $\dfrac{a_{\overline{10}|} - 5}{s_{\overline{10}|}}$ όπου όλες οι ράντες είναι υπολογισμένες με επιτόκιο j

(Γ) $\dfrac{2a_{\overline{10}|} - 5}{a_{\overline{10}|}v^{10}}$ όπου όλες οι ράντες είναι υπολογισμένες με επιτόκιο j

(Δ) $\dfrac{2a_{\overline{9}|}v^{11} - 4}{\alpha_{\overline{10}|}}$ όπου όλες οι ράντες είναι υπολογισμένες με επιτόκιο j

(Ε) $\dfrac{s_{\overline{10}|} - 4}{\alpha_{\overline{10}|}}$ όπου όλες οι ράντες είναι υπολογισμένες με επιτόκιο j

16. Έστω 20-ετής ομολογία για την οποία F =1.000 και C = 1.100 μονάδες η οποία δίνει ετήσια κουπόνια και έχει ετήσια απόδοση 6%.Το αρχικό ετήσιο επιτόκιο κουπονιού είναι 2% και αυξάνεται ετησίως κατά 4%. Εάν ο ομολογιούχος επενδύει τα κουπόνια προς 3% ετησίως, να βρεθεί η ετήσια απόδοση της ομολογίας λαμβάνοντας υπόψη το επιτόκιο επανεπένδυσης.

(Α) 5,647% (Β) 5,347% (Γ) 5,047% (Δ) 4,747% (Ε) 4,447%

17 Ένας μάνατζερ σε μια ασφαλιστική εταιρεία σχεδιάζει ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων, ώστε η ασφαλιστική εταιρεία να καλύπτει μια προς μια τις υποχρεώσεις της (Exact asset-liability matching). Οι υποχρεώσεις της εταιρείας είναι να πληρώσει 10.000, 20.000 και 50.000 μονάδες στο τέλος του 1^{ου} , 2^{ου} και 5^{ου} έτους από σήμερα. Δύναται να αγορασθεί ένας συνδυασμός από τα ακόλουθα ομόλογα:

(1) 2-ετές ομόλογο με 4% ετήσιο επιτόκιο κουπονιού

(2) 4-ετές ομόλογο με 6% ετήσιο επιτόκιο κουπονιού

(3) 5-ετές ομόλογο με 8% ετήσιο επιτόκιο κουπονιού

Τι ποσότητα από κάθε ομόλογο θα πρέπει να αγοράσει ο μάνατζερ?

	2-ετές ομόλογο	4-ετές ομόλογο	5-ετές ομόλογο
(Α)	10.000,0	98.271,6	46.296,3
(Β)	14.515,7	20.000,0	46.296,3
(Γ)	50.000,0	71.604,9	46.296,3
(Δ)	10.000,0	135.308,7	18.518,5
(Ε)	16.652,4	20.000,0	18.518,5

18. Ένα δικαίωμα αγοράς (call option) επιτρέπει την αγορά μιας μετοχής χωρίς μέρισμα στο $T=1$ και σε τιμή ίση με την σημερινή της. Εάν η σημερινή τιμή της μετοχής είναι e^r και η "πτητικότητα" της απόδοσής της υπολογίζεται μέσω της σχέσης $\sigma^2 = 4r$ όπου r η ισχύουσα χωρίς κίνδυνο ένταση ανατοκισμού, να υπολογιστεί η παράγωγος $\frac{dc}{dr}$ όπου c η τιμή (σημερινή αξία) του δικαιώματος αυτού.

(Α) $\frac{dc}{dr} = e^r N(\frac{1}{2}\sqrt{r}) + \frac{1}{2\sqrt{\pi r}} e^{-\frac{1}{4}r}$

(Β) $\frac{dc}{dr} = e^r N(\frac{3}{2}\sqrt{r}) + \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{9}{4}r}$

(Γ) $\frac{dc}{dr} = e^r N(\frac{3}{2}\sqrt{r}) + \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{1}{8}r}$

(Δ) $\frac{dc}{dr} = e^r N(\frac{1}{2}\sqrt{r}) + \frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{\pi r}} e^{-\frac{1}{8}r}$

(Ε) $\frac{dc}{dr} = e^r N(\frac{1}{2}\sqrt{r}) + 3\frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{-\frac{1}{8}r}$

19. Τα τρέχοντα επιτόκια (spot rates) για ετήσια, διετή και τριετή τοποθέτηση είναι 2,15% 2,48% και 3,65% αντίστοιχα. Η τιμή ομολογίας χωρίς κουπόνια (zero coupon bond) με αξία εξαγοράς 1 και διάρκεια 4 έτη είναι 0,8429.Να υπολογιστεί η απόδοση στο άρτιο (par yield) που αντιστοιχεί στην δοθείσα διάρθρωση επιτοκίων.

(Α) 4,278% (Β) 4,678% (Γ) 5,078% (Δ) 5,478% (Ε) 5,878%

20. Οι τιμές ομολογιών χωρίς κουπόνια (zero coupon bonds) με αξία εξαγοράς 1 και διάρκεια 8 και 9 έτη είναι 0,76461 και 0,74275 αντίστοιχα. Το forward rate f_{10} είναι 3,243%. Ποια από τα παρακάτω αληθεύουν?

I. $\prod_{t=1}^{10}(1+f_t)=1{,}49$

II. Το τρέχον επιτόκιο s_{10} (spot rate) για 10 ετείς τοποθετήσεις είναι 3,348%

III. Η συσσωρευμένη αξία στο t=10 από καταβολές ύψους 1 στο t=0, 10 στο t=9, και 9 στο t=10 είναι 20,7143

IV. Το forward rate f_9 είναι 2,843%.

(Α) Όλα είναι λάθος
(Β) Μόνο το (ΙΙ) είναι σωστό
(Γ) Μόνο το (ΙΙΙ) είναι σωστό
(Δ) Μόνο τα (ΙΙ) και (ΙΙΙ) είναι σωστά
(Ε) Μόνο τα (ΙΙΙ) και (ΙV) είναι σωστά

21. Ποια από τα παρακάτω είναι σωστά για την $a_{\overline{4}|_{3,9\%}}$?

I. Η μέση διάρκεια των καταβολών είναι 2,452196

II. Με βάση την τιμή της μέσης διάρκειας, η προσέγγιση της διαφοράς $a_{\overline{4}|_{3,9\%}} - a_{\overline{4}|_{4\%}}$ είναι περίπου $8,587 * 10^{-3}$

III. Η πραγματική διαφορά $a_{\overline{4}|_{3,9\%}} - a_{\overline{4}|_{4\%}}$ είναι περίπου $8,571 * 10^{-3}$

(Α) Όλα είναι σωστά

(Β) Μόνο το (I) είναι σωστό

(Γ) Μόνο το (III) είναι σωστό

(Δ) Μόνο τα (I) και (II) είναι σωστά

(Ε) Μόνο τα (I) και (III) είναι σωστά

22. Για 20-ετές δάνειο 100.000 μονάδων, ένας δανειολήπτης κάνει τριμηνιαίες πληρωμές 1.500 μονάδων. Από τις 1.500 μονάδες, η Τράπεζα λαμβάνει επιτόκιο $j^{(4)} = 4\%$ επί των 100.000 μονάδων για τα πρώτα 10 έτη και επιτόκιο $j^{(4)} = 5\%$ επί των 100.000 μονάδων για τα επόμενα 10 έτη. Κάθε φορά, η διαφορά από τις 1.500 μονάδες καταβάλλεται από τον δανειολήπτη σε έναν λογ/μο Sinking Fund από τον οποίο κερδίζει επιτόκιο $i^{(4)} = 8,6\%$. Κατά πόσες μονάδες υπολείπεται ο λογ/μος Sinking Fund στο τέλος των 20 ετών για την αποπληρωμή του κεφαλαίου του δανείου?

(Α) 7.330 (Β) 8.330 (Γ) 9.330 (Δ) 10.330 (Ε) 11.330

23. Υποχρεώσεις ύψους 1 στο $t=0$ και ύψους 2 στο $t=\frac{1}{2}$ ανοσοποιούνται με στοιχεία ύψους C_1 στο $t=0$ και C_2 στο $t=1$. Να βρεθούν τα C_1, C_2.

	C_1	C_2
(Α)	$2+v^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{4}(1+i)^{\frac{1}{2}}$
(Β)	$1+v^{\frac{1}{2}}$	$(1+i)^{\frac{1}{2}}$
(Γ)	$1+v^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}(1+i)^{\frac{1}{2}}$
(Δ)	$2v^{\frac{1}{2}}$	$(1+i)^{\frac{1}{2}}$
(Ε)	$1+2v^{\frac{1}{2}}+v$	$\frac{1}{4}(1+i)^{\frac{1}{2}}$

24. Ομόλογο (callable bond) που εξαγοράζεται στο άρτιο, με επιτόκιο κουπονιού $r^{(4)}=6\%$, αγοράζεται με υπεραξία 10 μονάδων και δύναται να εξαγοραστεί προς 1.000 μονάδες μεταξύ τέλους 10ου και 20ου έτους. Ποιά η απόδοση του ομολόγου $i^{(4)}$ υπολογισμένη με την Bond Salesman's Method?

(Α) 5,32% (Β) 5,57% (Γ) 5,62% (Δ) 5,87% (Ε) 5,92%