ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2002

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

24 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2002

ΠΡΩΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (9-11 π.μ.)

1. Αν 4 χρηματικές μονάδες σε χρόνο t=1 έχουν την ίδια αξία με μια 4ετή προκαταβλητέα μοναδιαία ράντα, το επιτόκιο i είναι

(Α) 0

(Β) $\sqrt{2}-1$

(Γ) $\sqrt{2}$

(Δ) 0 ή $\sqrt{2}-1$

(Ε) 0 ή $\sqrt{2}$

2. Αν το επιτόκιο είναι τ.μ. I με σ.π.π. $f(i) = \frac{m+1}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}\ i^m,\ \ i_1 \le i \le i_2$, τότε $E\left(V^{m+2}\right) =$

(A) $\frac{d_2^{m+1} - d_1^{m+1}}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}$

(B) $\frac{d_2^{m} - d_1^{m}}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}$

(Γ) $(m+1)\frac{d_2^{m+1} - d_1^{m+1}}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}$

(Δ) $\frac{\delta_2^{m+1} - \delta_1^{m+1}}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}$

(E) $(m+1)\frac{\delta_2^{m} - \delta_1^{m}}{i_2^{m+1} - i_1^{m+1}}$

3. Οι αποδόσεις κατά τους τελευταίους 6 μήνες μιας μετοχής i και της αγοράς M είναι οι εξής:

Μήνας	R_i	R_M
1	2	1
2	-4	-1
3	4	2
4	-2	-2
5	2	2
6	4	4

Να βρεθεί ο συντελεστής β_i και ο συντελεστής συσχέτισης ρ_{iM}.

	β_i	ρ_{iM}
(Α)	4/3	2/3
(Β)	4/3	7/9
(Γ)	4/3	8/9
(Δ)	3/2	5/6
(Ε)	3/2	1

4. Τα επιτόκια f_k (forward rates) για μελλοντικές τοποθετήσεις ετήσιας διάρκειας ικανοποιούν τη σχέση $1+f_{k+1}=\frac{1,10}{1+f_k}$, $k=1,2,...,19$. Ποια από τα παρακάτω αληθεύουν;

I. $\prod_{k=1}^{20}(1+f_k)=2,59374$

II. Το τρέχον επιτόκιο s_{20} (spot rate) για 20ετείς τοποθετήσεις είναι 4,88%.

III. Αν το τρέχον επιτόκιο s_1 είναι 0,05, μια 20ετής ληξιπρόθεσμη μοναδιαία ράντα έχει αξία 12,58173.

(Α) Μόνον το I

(Β) Μόνον το II

(Γ) Μόνον τα I, II

(Δ) Μόνον τα II, III

(Ε) Όλα

5. Αν $\int_0^{\infty} f(t)e^{-\delta t}dt = \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta^2} + \frac{6}{\delta^4}$, τότε $\int_0^{\infty} t\, f(t)e^{-\delta t}dt =$

(Α) $\frac{2}{\delta^2} - \frac{6}{\delta^3} + \frac{24}{\delta^5}$

(Β) $\frac{2}{\delta^2} - \frac{6}{\delta^3} + \frac{120}{\delta^5}$

(Γ) $\frac{1}{\delta^2} - \frac{2}{\delta^3} + \frac{6}{\delta^5}$

(Δ) $\frac{1}{\delta^2} - \frac{2}{\delta^3} + \frac{24}{\delta^5}$

(Ε) $\frac{1}{\delta^2} - \frac{6}{\delta^3} + \frac{120}{\delta^5}$

6. Σε μια σειρά 20 ομολογιών με F = C = 1 και κοινό τοκομερίδιο r, μια ακριβώς ομολογία λήγει σε καθεμιά από τις χρονικές στιγμές t = 1, 2, ..., 20. Ποια από τα παρακάτω είναι ίσα με τη σημερινή τιμή των 20 ομολογιών;

I. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1+nr}{(1+s_{21-n})^{21-n}}$

II. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1+(20-n)r}{\prod_{k=1}^{n}(1+f_k)}$

III. $\sum_{n=1}^{20} \left[\frac{1}{\prod_{k=1}^{n}(1+f_k)} + \sum_{t=1}^{n} \frac{r}{\prod_{k=1}^{t}(1+f_k)} \right]$

(Α) Μόνον το ΙΙ

(Β) Μόνον το ΙΙΙ

(Γ) Μόνον τα Ι, ΙΙΙ

(Δ) Μόνον τα ΙΙ, ΙΙΙ

(Ε) Όλα

7. Το ύψος ενός κεφαλαίου τις χρονικές στιγμές 0, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$ και 1 και πριν από οποιαδήποτε ανάληψη ή τοποθέτηση είναι $B_0 = 100$, $B_{\frac{1}{8}} = 110$, $B_{\frac{1}{4}} = 100$, $B_{\frac{3}{8}} = 150$, $B_{\frac{3}{4}} = 170$ και $B_1 = 150$. Οι "κινήσεις" κατά τις στιγμές $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, και $\frac{3}{4}$ είναι $C_0 = -20$, $C_{\frac{1}{4}} = 30$, $C_{\frac{3}{8}} = 10$ και $C_{\frac{3}{4}} = -40$. Να βρεθούν η εσωτερική απόδοση και η χρονοσταθμισμένη απόδοση.

	Εσωτερική	Χρονοσταθμισμένη
(Α)	67,8%	62,9%
(Β)	72,8%	67,9%
(Γ)	77,8%	72,9%
(Δ)	6,78%	6,29%
(Ε)	7,78%	7,29%

8. Οι μέσοι των αποδόσεων R_i, R_j και R_k τριών μετοχών είναι $E(R_i) = 2r_F$, $E(R_j) = \frac{3}{2}r_F$ και $E(R_k) = \frac{4}{3}r_F$, όπου r_F είναι η δίχως ρίσκο απόδοση. Αν $\beta_k = \frac{4}{3}$, να βρεθούν τα βήτα των μετοχών i και j και ο μέσος $E(R_M)$ της απόδοσης της αγοράς.

	β_i	β_j	$E(R_M)$
(A)	2	1	$\frac{5}{4}r_F$
(B)	2	1	$\frac{4}{3}r_F$
(Γ)	4	2	$\frac{6}{5}r_F$
(Δ)	4	2	$\frac{5}{4}r_F$
(E)	4	2	$\frac{4}{3}r_F$

9. Υποχρεώσεις ύψους 5 στο t = 1 και ύψους 5 στο t = 2 ανοσοποιούνται με στοιχεία ύψους 3 στο $t=\frac{9}{10}$, ύψους 2 στο t = 1, ύψους C_1 στο t = 2 και ύψους C_2 στο $t=\frac{21}{10}$. Να βρεθούν τα C_1, C_2.

	C_1	C_2
(Α)	$33(1+i)-36(1+i)^{11/10}+5$	$33(1+i)^{12/10}-30(1+i)^{11/10}$
(Β)	$33(1+i)^{11/10}-36(1+i)+5$	$33(1+i)^{12/10}-30(1+i)^{11/10}$
(Γ)	$38-36(1+i)^{11/10}$	$33(1+i)^{12/10}-30$
(Δ)	2–3i	3+3i
(Ε)	2	3

10. Αν οι τ.μ. X_k, k = 1, 2, 3, ..., είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με $E(X)=\frac{2}{3}$ και $E(X^2)=\frac{1}{2}$,

τότε $\mathrm{Var}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\prod_{k=1}^{n} X_k\right)=$

(A) 2 (B) 1 (Γ) $\frac{2}{3}$ (Δ) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{3}$

11. Επενδυτής αγοράζει 18ετή ληξιπρόθεσμη ράντα καταβάλλοντας 245.000. Το ετήσιο έσοδο από τη ράντα αποδίδει 5% στον επενδυτή και ταυτόχρονα του επιτρέπει να ανακτήσει το τίμημα της ράντας στο τέλος της 18ετίας κάνοντας ίσες ετήσιες καταθέσεις σε λογαριασμό που αποδίδει 3,5%. Ποιο είναι το ετήσιο έσοδο (ετήσια δόση της ράντας);

(Α) 24.750 (Β) 22.250 (Γ) 21.750 (Δ) 20.250 (Ε) 18.750

12. Δάνειο ύψους 30 με επιτόκιο i αποπληρώνεται με ετήσιες δόσεις $R_t = (1+i)^t$, $t = 1, 2, ..., 30$. Ο τόκος που περιέχεται στη 10ετή δόση είναι ίσος με τον τόκο που περιέχεται στην 11η δόση. Να βρεθούν (α) το επιτόκιο i, (β) η πρώτη δόση που περιέχει **και** κεφάλαιο (περιέχει, δηλαδή, **θετικό** κεφάλαιο), (γ) η πρώτη δόση μετά την οποία το ανεξόφλητο κεφάλαιο πέφτει κάτω από 30 (κάτω από το αρχικό του ύψος).

	i	Πρώτη δόση με θετικό κεφάλαιο	Πρώτη δόση που οδηγεί σε $(OB)_t < 30$
(Α)	0,04	11η	16η
(Β)	0,04	11η	17η
(Γ)	0,05	11η	16η
(Δ)	0,05	11η	17η
(Ε)	0,06	10η	16η

13. Να βρεθούν τα $\bar{\alpha}_{\overline{n}|}$ και $\bar{s}_{\overline{n}|}$ όταν η ένταση ανατοκισμού είναι $\delta_t = \frac{i}{1+it}$.

	$\bar{\alpha}_{\overline{n}\|}$	$\bar{s}_{\overline{n}\|}$
(Α)	$\frac{1}{1+in}$	$1+in$
(Β)	$\ln(1+in)$	$n+in^2$
(Γ)	$\ln(1+in)$	$n+\frac{i}{2}n^2$
(Δ)	$\frac{1}{i}\ln(1+in)$	$n+in^2$
(Ε)	$\frac{1}{i}\ln(1+in)$	$n+\frac{i}{2}n^2$

14. Δύο ομολογίες με $F_1=C_1=1$ και $F_2=C_2=1$ έχουν την ίδια απόδοση i, το ίδιο πλήθος κουπονιών, αλλά διαφορετικό ύψος τοκομεριδίου. Η πρώτη ομολογία πωλείται προς 1+p και έχει τοκομερίδιο r_1 και η δεύτερη πωλείται προς 1−q και έχει τοκομερίδιο r_2. Ποιο από τα παρακάτω είναι ίσο με την απόδοση i;

(A) $\dfrac{pr_2 + qr_1}{p+q}$

(B) $\dfrac{pr_1 + qr_2}{p+q}$

(Γ) $\dfrac{p}{q}(r_1 - r_2)$

(Δ) $\dfrac{p}{q}(r_1 + r_2)$

(E) $pr_2 + qr_1$

15. Για ομολογίες χωρίς τοκομερίδια (zero coupon bonds), τα τρέχοντα ονομαστικά ετήσια επιτόκια (spot rates) y(0, t) μετατρέψιμα δύο φορές το χρόνο είναι

t	1/2	1	3/2	2	5/2	3
y(0, t)	0,0750	0,0775	0,0800	0,0800	0,0825	0,0850

Να βρεθεί η αξία μιας 10% ομολογίας με εξαμηνιαία τοκομερίδια, F = C = 100 και διάρκεια 3 έτη.

(Α) 116,25 (Β) 104,05 (Γ) 88,59 (Δ) 84,32 (Ε) 83,13

16. Η τρέχουσα συναλλαγματική ισοτιμία (spot rate) μεταξύ των νομισματικών μονάδων P και Q είναι P=0,85Q. Ο ετήσιος πληθωρισμός στο νόμισμα P είναι 6% και στο νόμισμα Q είναι 3%. Ποια είναι η ενός έτους πρόσω ισοτιμία (forward rate) μεταξύ P και Q υπό τη συνθήκη διατήρησης της σχέσης P=0,85Q;

(Α) P=0,8259Q (Β) P=0,8748Q (Γ) P=0,8755Q

(Δ) P=0,9010Q (Ε) P=0,9717Q

17. Αν D(n, r, i) είναι η διάρκεια μιας ομολογίας με F = C = 1, n κουπόνια ύψους r και απόδοση i, ποιο από τα παρακάτω **ΔΕΝ** είναι σωστό;

(A) $\lim\limits_{n\to\infty} D(n,\ r,\ i) = \dfrac{1}{d}$

(B) $\lim\limits_{r\to 0} D(n,\ r,\ i) = n$

(Γ) $\lim\limits_{r\to\infty} D(n,\ r,\ i) = \dfrac{(I\alpha)_{\overline{n}|}}{\alpha_{\overline{n}|}}$

(Δ) $\lim\limits_{i\to 0} D(n,\ r,\ i) = \dfrac{(n+1)r+1}{nr+1}$

(E) $\lim\limits_{i\to 0}\left\{\lim\limits_{r\to\infty} D(n,\ r,\ i)\right\} = \dfrac{n+1}{2}$

18. Ένα εξαμηνιαίο έντοκο γραμμάτιο του Δημοσίου με αξία στη λήξη 10.000 πωλείται προς 9.700. Ένα ετήσιο έντοκο γραμμάτιο με εξαμηνιαία κουπόνια ύψους 400 και αξία στη λήξη 10.000 πωλείται προς 10.000. Να βρεθεί η τρέχουσα εξαμηνιαία απόδοση (spot rate) s_1 και η απόδοση πρόσω (forward rate) f_2 για το δεύτερο εξάμηνο.

	s_1	f_2
(Α)	3,000%	5,050%
(Β)	3,046%	5,002%
(Γ)	3,093%	4,952%
(Δ)	3,093%	4,900%
(Ε)	3,186%	4,854%

19. Ποια από τα ακόλουθα αληθεύουν;

I. $s_{\overline{n|}} = 50$ και $s_{\overline{n+1|}} = 53 \Rightarrow i = 0{,}04$

II. $s_{\overline{n|}} = 49{,}967583$, $s_{\overline{n+1|}} = 52{,}966287$ και $i = 0{,}04 \Rightarrow n = 28$

III. $\dfrac{s_{\overline{n+1|}} - s_{\overline{n|}}}{s_{\overline{n|}}} = 0{,}04 \Rightarrow \alpha_{\overline{n|}} = 24$

(Α) Μόνον το I

(Β) Μόνον το II

(Γ) Μόνον τα I, II

(Δ) Μόνον τα I, III

(Ε) Μόνον τα II, III

20. Το "πριμ λόγω επικινδυνότητας" (risk premium) για ένα "χαρτοφυλάκιο συνολικής αγοράς" είναι 0,02. Ποιο είναι το πριμ λόγω επικινδυνότητας που "πληρώνει" ένα χαρτοφυλάκιο αποτελούμενο από 25% μετοχές με βήτα 1,10 και 75% μετοχές με βήτα 1,25;

(Α) 0,02225 (Β) 0,02425 (Γ) 0,02545 (Δ) 0,02725 (Ε) 0,04700

21. Η αναμενόμενη απόδοση της αγοράς είναι 0,05 και η χωρίς ρίσκο απόδοση είναι r_F=0,04. Για την απόδοση I μιας συγκεκριμένης μετοχής ισχύουν οι E(I)=0,06 και Var(I)=0,0004. Ποια από τα παρακάτω είναι σωστά για τους δείκτες επικινδυνότητας αυτής της μετοχής;

I. Ο δείκτης Sharpe είναι ίσος με 1.

II. Ο δείκτης Treynor είναι ίσος με 0,01.

III. Ο δείκτης Sortino δεν μπορεί να υπολογισθεί από τα στοιχεία που έχουν δοθεί.

(Α) Κανένα

(Β) Μόνον το I

(Γ) Μόνον τα I, II

(Δ) Μόνον τα I, III

(Ε) Όλα

22. Ένα δικαίωμα προαιρετικής αγοράς (option) επιτρέπει την αγορά μιας μετοχής στο τέλος μιας μονάδας χρόνου και στη σημερινή της τιμή, που είναι 1. Αν η ακίνδυνη απόδοση r και η "πτητικότητα" σ έχουν την ίδια τιμή, ποιο από τα παρακάτω είναι το τίμημα για την απόκτηση της option;

(A) $N(1) - e^{-r}N(1)$

(B) $N(r) - e^{-r}N(-r)$

(Γ) $N\left(1+\frac{1}{4}r\right) - e^{-r}N\left(1-\frac{1}{4}r\right)$

(Δ) $N\left(1+\frac{1}{2}r\right) - e^{-r}N\left(1-\frac{1}{2}r\right)$

(E) $N(1+r) - e^{-r}N(1-r)$

23. Μια διηνεκής επένδυση αποδίδει ετήσια μερίσματα $D_t = 5(1,01)^{t-1}$, $t = 1, 2, 3, \ldots$, και ετήσια (διανεμόμενα) κέρδη κεφαλαίου 2 $\forall t$. Τα μερίσματα φορολογούνται με συντελεστή 10% και τα κέρδη κεφαλαίου με συντελεστή 30%. Ποια η παρούσα αξία του διηνεκούς καθαρού ετήσιου εισοδήματος (μετά την αφαίρεση των φόρων) με επιτόκιο αποτίμησης 5%;

(Α) 112,5 (Β) 118,0 (Γ) 127,5 (Δ) 138,0 (Ε) 140,5

24. Ποια από τα παρακάτω αληθεύουν;

I. $\sum_{t=1}^{\infty} t\upsilon^{\frac{t}{2}} = \dfrac{\upsilon^{\frac{1}{2}}}{\left(1-\upsilon^{\frac{1}{2}}\right)^2}$

II. $\sum_{t=1}^{\infty} t^2\upsilon^{3t} = \dfrac{\upsilon^3\left(1+\upsilon^3\right)}{\left(1-\upsilon^3\right)^3}$

III. $\sum_{t=1}^{\infty} t\upsilon^{kt} \xrightarrow{k\to\infty} \infty$

(A) Μόνον τα I, II

(B) Μόνον τα I, III

(Γ) Μόνον τα II, III

(Δ) Μόνον το I

(E) Μόνον το II

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2002

ΔΕΛΤΙΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

1.	**9.**	**17.**
2.	**10.**	**18.**
3.	**11.**	**19.**
4.	**12.**	**20.**
5.	**13.**	**21.**
6.	**14.**	**22.**
7.	**15.**	**23.**
8.	**16.**	**24.**

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ
ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2002

ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

24 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2002

ΑΠΟΓΕΥΜΑΤΙΝΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (12 μ. - 2 μ.μ.)

1. (4 βαθμοί)
Δίδεται η ένταση ανατοκισμού $\delta_t = \ln(1+t)$.
(α) Να βρεθεί η ανατοκιστική συνάρτηση C(t).
(β) Να βρεθούν το ονομαστικό επιτόκιο ${}_h j_t$ και το αποτελεσματικό επιτόκιο ${}_h i_t$ για τη χρονική περίοδο [t, t+h].
(γ) Να βρεθούν απλούστερες παραστάσεις για τα ${}_h j_t$ και ${}_h i_t$ που να είναι ταυτόχρονα προσεγγίσεις ασυμπτωτικά καλές.

2. (4 βαθμοί)
Στο t = 0, το υπόλοιπο ενός λογαριασμού είναι B_0. Στο χρονικό διάστημα (0, 1) γίνονται καταθέσεις / αναλήψεις ύψους α_k τις χρονικές στιγμές t_k, k = 1, 2, ..., n και $0 < t_1 < t_2 < ... < t_n < 1$. Το εκάστοτε υπόλοιπο του λογαριασμού κερδίζει απλό τόκο με επιτόκιο i.
(α) Να γραφεί το B_1, το υπόλοιπο του λογαριασμού στο t = 1, συναρτήσει του B_0, των α_k, των t_k και του i.
(β) Να βρεθεί $\overline{B}$, το χρονοσταθμισμένο μέσο υπόλοιπο του λογαριασμού κατά τη χρονική περίοδο [0, 1].
(γ) Να δειχθεί ότι $i = \dfrac{B_1 - \left(B_0 + \sum_{k=1}^{n} \alpha_k\right)}{\overline{B}}$.

3. (6 βαθμοί)
Δίδεται τίτλος κεφαλοποίησης με κεφάλαιο 1.000.000 και διάρκεια 5 έτη. Η πιθανότητα να κληρωθεί ο τίτλος στο τέλος του έτους t, t = 1, 2, 3, 4, είναι $p_t = 0{,}01$.
(α) Να βρεθεί το εφάπαξ καθαρό ασφάλιστρο και το μαθηματικό απόθεμα στο τέλος καθενός από τα έτη 1, 2, 3 και 4 (για τίτλους με πληρωμή του ασφαλίστρου εφάπαξ).
(β) Να βρεθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο υποθέτοντας ότι οι τίτλοι που δεν κληρώνονται δεν μπορούν να ακυρωθούν.

4. (6 βαθμοί)

Τα ετήσια μερίσματα μιας μετοχής είναι $0{,}05(1{,}02)^{t-1}$ τα δέκα πρώτα χρόνια (t=1, 2, ..., 10) και παραμένουν σταθερά (στο ύψος του $10^{ου}$ μερίσματος) τα επόμενα 10 χρόνια. Τα μερίσματα αυτά επενδύονται σε ένα λογαριασμό με επιτόκιο 4%.

(α) Να βρεθεί η συσσώρευση που προκύπτει από τα επενδυμένα μερίσματα στο τέλος της 20ετίας.

(β) Να βρεθεί το ισοδύναμο "επίπεδο" μέρισμα (σταθερό κάθε χρόνο) που οδηγεί στην ίδια ακριβώς συσσωρευμένη αξία στο τέλος των 20 ετών.

(γ) Αν η επένδυση σταθερού ετήσιου μερίσματος ίσου με 0,0509346 σε άλλο λογαριασμό παράγει την ίδια συσσώρευση, ποιο το επιτόκιο του λογαριασμού αυτού;

(δ) Αν η επιθυμητή συσσώρευση στο τέλος της 20ετίας από σταθερά ετήσια μερίσματα ύψους 0,05 είναι 2, ποιο πρέπει να είναι το επιτόκιο του λογαριασμού;

5. (7 βαθμοί)

Δάνειο εξοφλείται με 30 ίσες δόσεις ύψους 1. Ο δανεισθείς αδυνατεί να καταβάλει τις δόσεις υπ' αριθ. 13, 14 και 15.

(α) Συμφωνείται η αποπληρωμή του δανείου με 15 ίσες αυξημένες δόσεις (δηλαδή, χωρίς παράταση της αρχικής διάρκειας του δανείου). Να βρεθεί το ύψος κάθε νέας δόσης και το σύνολο των επιπλέον τόκων που θα επιβαρύνουν τον δανεισθέντα.

(β) Συμφωνείται η αποπληρωμή του δανείου διατηρώντας τον αρχικό αριθμό δόσεων (θα υπάρξουν δηλαδή τώρα και δόσεις σε χρόνους t = 31, t = 32 και t = 33 αντί των καταβολών που δεν έγιναν στα t = 13, t = 14 και t = 15). Να βρεθεί το ύψος καθεμιάς από τις 18 ίσες νέες δόσεις και το ποσό κατά το οποίο θα διαφοροποιηθεί το σύνολο των τόκων του δανείου.

6. (7 βαθμοί)

Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του αθροίσματος $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ κάτω από τους περιορισμούς $x_1 + x_2 = 1$ και $4x_2 + 6x_3 = 5$ με δύο τρόπους

(α) γράφοντας το άθροισμα $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ ως συνάρτηση μιας μόνο μεταβλητής και ελαχιστοποιώντας αυτή τη συνάρτηση και

(β) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των συντελεστών (των πολλαπλασιαστών) Lagrange.

(γ) Να ελέγξετε ότι η λύση που βρέθηκε αποτελεί πράγματι ελάχιστο (να ελέγξετε, δηλαδή, ότι πληρούνται οι "συνθήκες δεύτερης τάξης" που εξασφαλίζουν την ύπαρξη ελαχίστου).

7. (8 βαθμοί)

(α) Στο τέλος μιας περιόδου, μια μετοχή με σημερινή τιμή 1 θα τιμάται ή $\frac{5}{4}$ ή $\frac{4}{5}$. Κατά την ίδια περίοδο, η ακίνδυνη απόδοση είναι $\frac{1}{40}$. Να βρεθεί η σημερινή αξία ενός δικαιώματος προαιρετικής αγοράς της μετοχής (call option) στο τέλος της περιόδου στην τιμή $\frac{7}{10}$. Να βρεθεί επίσης η σημερινή αξία της ίδιας option όταν ο χρόνος άσκησης του δικαιώματος είναι στο τέλος δύο περιόδων.

(β) Να δείξετε ότι η αξία της ίδιας option, αν πρόκειται να ασκηθεί στο τέλος 10 περιόδων, είναι $\sum_{k=m}^{10} \binom{10}{k} \left(\frac{25}{41}\right)^k \left(\frac{16}{41}\right)^{10-k} - \frac{7}{10} \left(\frac{41}{40}\right)^{-10} \sum_{k=m}^{10} \binom{10}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$. Ποια είναι η τιμή του m;

(γ) Η σημερινή τιμή μιας μετοχής είναι 1 και η τιμή αγοράς της μετοχής που προβλέπεται σε μια call option με στιγμή άσκησης του δικαιώματος το t = 1 είναι $e^{-0,0492}$. Η χωρίς ρίσκο απόδοση είναι 0,03 και η "πτητικότητα" είναι σ = 0,04. Να βρεθεί το τίμημα που πρέπει να καταβληθεί για να αγορασθεί η option.

Δίδονται N(1) = 0,8413, N(1,645) = 0,9500, N(1,96) = 0,9750 και N(2) = 0,9772.

8. (8 βαθμοί)

(α) Να απαριθμήσετε τις υποθέσεις στη βάση του προτύπου τιμολόγησης πάγιων στοιχείων (CAPM).

(β) Να απαριθμήσετε τις προϋποθέσεις για την επίτευξη ισορροπίας σε μια αγορά.

(γ) Ποιες είναι οι κυριότερες συνέπειες της υπόθεσης ότι δεν είναι δυνατή η ακίνδυνη αποκόμιση βέβαιου κέρδους (της υπόθεσης "no arbitrage");

(δ) Τι είναι η αντιστάθμιση του κινδύνου (hedging); Να δώσετε παραδείγματα στοιχείων που μπορούν να αποτελέσουν "εργαλεία" για την αντιστάθμιση κνδύνου.

(ε) Να δώσετε πλήρη και ακριβή ορισμό καθενός από τους όρους

- πρότυπο Markowitz
- αποτελεσματική μεθόριος (efficient frontier)
- κινδυνουδέτερη πιθανότητα (risk neutral probability)
- ισοδυναμία call-put