ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:		**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:		**Πρωί:**	**x**	**Απόγευμα:**	
Θεματική ενότητα: Χρηματοοικονομικά πρότυπα, ΚΩΔ Αε					

1. Οι τιμές των ομολόγων χωρίς κουπόνια, ονομαστικής αξίας 1, είναι $P_t = 1/(1+t^2)$. Ποια είναι η ένταση ανατοκισμού τη χρονική στιγμή $t = 2$;

(Α) 10% **(Β)** 20% **(Γ)** 40% **(Δ)** 60% **(Ε)** 80%

2. Δύο ίδιες πληρωμές θα γίνουν τις χρονικές στιγμές 1/2 και t. Ποια χρονική στιγμή t εξασφαλίζει ότι η μέση διάρκεια και η κυρτότητά τους θα είναι ίδιες; Το επιτόκιο είναι μηδέν.

(Α) $\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(Β)** $\frac{1}{4}+\frac{1}{\sqrt{2}}$ **(Γ)** $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}$ **(Δ)** $\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(Ε)** $\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

3. Για την επόμενη χρονιά, όλες οι δυνατές αποδόσεις των μετοχών Α και Β, μαζί με την πιθανότητα εμφάνισής τους, δίνονται από τον παρακάτω πίνακα:

R_A	$P(R_A)$	R_B	$P(R_B)$
-2%	20%	-1%	p
5%	35%	10%	1-p
8%	45%		

Προκειμένου την επόμενη χρονιά η μετοχή Α να κυριαρχήσει (dominate) επι της μετοχής Β, το μέγιστο διάστημα τιμών της πιθανότητας p πρέπει να είναι το:

(Α) (45,9% , 89,82%) **(Β)** (45,9% , 88,82%) **(Γ)** (45,9% , 87,82%)

(Δ) (45,9% , 86,82%) **(Ε)** (45,9% , 85,82%)

4. Για τις ανεξάρτητες μεταξύ τους μετοχές A_1, A_2, A_3 έχουμε τα εξής στοιχεία:

Μετοχή	Απόδοση	Κίνδυνος (διασπορά)
A_1	α	α^2
A_2	2α	$(2\alpha)^2$
A_3	3α	$(3\alpha)^2$

Ποια είναι η απόδοση του χαρτοφυλακίου ελαχίστης διασποράς;

(Α) $\frac{66}{49}$ **(Β)** $\frac{66\alpha}{49}$ **(Γ)** $\frac{66}{49\alpha}$ **(Δ)** $\frac{66\alpha^2}{49}$ **(Ε)** $\frac{66}{49\alpha^2}$

5. Το d_1 του προτύπου Black Scholes για την τιμολόγηση ενός τριετούς Ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς (call option) είναι 1,127901. Η σημερινή τιμή της μετοχής είναι 40, η τιμή άσκησης του δικαιώματος 25 και η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού 1%. Ποια είναι η τυπική απόκλιση της τιμής της μετοχής στη λήξη του δικαιώματος;

(Α) 31,25 **(Β)** 30,14 **(Γ)** 29,76 **(Δ)** 28,32 **(Ε)** 27,67

6. Οι εισροές A_t μιας εταιρίας εκτελούν αριθμητική κίνηση Brown με συντελεστές μ και σ, ενώ οι εκροές B_t της ίδιας εταιρίας εκτελούν επίσης αριθμητική κίνηση Brown με συντελεστές m και s. Αν πούμε κέρδος K_t τη διαφορά ανάμεσα στις εισροές και τις εκροές, η διασπορά του κέρδους τη χρονική στιγμή t, είναι:

(Α) $\mathrm{VarA_t} + \mathrm{VarB_t} + 2\sqrt{\mathrm{VarA_t} \cdot \mathrm{VarB_t}}$

(Β) $\mathrm{VarA_t} + \mathrm{VarB_t} - 2\sqrt{\mathrm{VarA_t} \cdot \mathrm{VarB_t}}$

(Γ) $\sqrt{\mathrm{VarA_t}} + \sqrt{\mathrm{VarB_t}} + 2 \cdot \mathrm{VarA_t} \cdot \mathrm{VarB_t}$

(Δ) $\sqrt{\mathrm{VarA_t}} + \sqrt{\mathrm{VarB_t}} - 2 \cdot \mathrm{VarA_t} \cdot \mathrm{VarB_t}$

(Ε) $\sqrt{\mathrm{VarA_t}} + \sqrt{\mathrm{VarB_t}} - 2 \cdot t \cdot \mathrm{VarA_t} \cdot \mathrm{VarB_t}$

7. Με τέσσερις ανεξάρτητες μεταξύ τους μετοχές των οποίων οι κίνδυνοι είναι $\sigma_1 = 8\%$, $\sigma_2 = 12\%$, $\sigma_3 = 20\%$, $\sigma_4 = 35\%$ καταρτίζεται χαρτοφυλάκιο. Ποιόν κίνδυνο είναι αδύνατο να επιτύχει το οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο των μετοχών αυτών;

(Α) 6,1% **(Β)** 6,3% **(Γ)** 6,5% **(Δ)** 6,7% **(Ε)** 6,9%

8. Αν οι μετοχές Α και Β εκτελούν γεωμετρική κίνηση Brown με εξισώσεις $dA_t = \mu_1 A_t dt + \sigma_1 A_t dW_t$ και $dB_t = \mu_2 B_t dt + \sigma_2 B_t dW_t$, όπου W_t ανέλιξη Wiener, ποια είναι η τιμή μονοετούς ομολόγου χωρίς κουπόνια;

(Α) $\dfrac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1(1+\mu_2) - \sigma_2(1+\mu_1)}$ **(Β)** $\dfrac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1(1+\mu_2) - \sigma_2(1+\mu_1)}$ **(Γ)** $\dfrac{\sigma_1\mu_2 - \sigma_2\mu_1}{\sigma_1(1+\mu_2) - \sigma_2(1+\mu_1)}$

(Δ) $\dfrac{\sigma_2\mu_1 - \sigma_1\mu_2}{\sigma_1(1+\mu_2) - \sigma_2(1+\mu_1)}$ **(Ε)** $\dfrac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2\mu_1 + \sigma_1\mu_2}$

9. Η τιμή της μετοχής Χ, σημερινής αξίας 30, κάθε περίοδο είτε θα ανεβαίνει κατά 20% είτε θα κατεβαίνει κατά 20%. Μετά την αγορά ενός μονοετούς δικαιώματος αγοράς (call option) με τιμή άσκησης 30, γίνεται αγορά και ενός αντίστοιχου διετούς call με τιμή άσκησης Κ. Εάν το επιτόκιο είναι 2%, ποια τιμή του Κ εξασφαλίζει ίδιες τιμές των δύο δικαιωμάτων;

(Α) 32,15 **(Β)** 32,13 **(Γ)** 32,11 **(Δ)** 32,09 **(Ε)** 32,07

10. Η τιμή της μετοχής Χ ικανοποιεί τη στοχαστική διαφορική εξίσωση $dX_t = 0{,}20(1 + dW_t)dW_t$, όπου W_t ανέλιξη Wiener. Ποια είναι η διασπορά της τιμής της μετοχής στο τέλος του πρώτου έτους;

(Α) 45% **(Β)** 40% **(Γ)** 20% **(Δ)** 4% **(Ε)** 1%

11. Πενταετές δικαίωμα αγοράς μετοχής (call option) με τιμή άσκησης 53 αγοράζεται σήμερα. Η υποκείμενη στο δικαίωμα μετοχή έχει τιμή 40. Η τιμή της μετοχής κάθε χρόνο ή θα ανεβαίνει κατά 10% ή θα κατεβαίνει κατά 10%. Αν στο τέλος των τριών ετών, η μετοχή έχει σημειώσει 3 διαδοχικές ανόδους και ο κάτοχος του δικαιώματος αποφασίσει να το πουλήσει, ποιο θα είναι το κέρδος του; Το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1%.

(Α) 1,91 **(Β)** 1,94 **(Γ)** 1,97 **(Δ)** 2,82 **(Ε)** 2,86

12. Στο πρότυπο επιτοκίων Vasicek, $dr_t = \alpha(\rho - r_t)dt + \sigma dW_t$, με W_t ανέλιξη Wiener, ποια είναι η πιθανότητα το μακροπρόθεσμο επιτόκιο να υπερβεί την αναμενόμενη τιμή του, αυξημένη κατά την τυπική απόκλισή της;

(**Α**) $N(1)$ (**Β**) $N(-1)$ (**Γ**) $N\left(\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}\right)$ (**Δ**) $N\left(-\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}\right)$ (**Ε**) $N\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2\alpha}}\right)$

13. Ένα εργοστάσιο παράγει συνεχώς κάποιο προϊόν. Ο αριθμός των τεμαχίων D_t που παράγονται κάθε χρονική στιγμή εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown: $dD_t = \mu D_t dt + \sigma D_t dW_t$ όπου W_t ανέλιξη Wiener. Το ίδιο εργοστάσιο παράγει συνεχώς και ελαττωματικά προϊόντα. Η εμπειρία έδειξε ότι ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων E_t είναι ανάλογος του χρόνου t και αντιστρόφως ανάλογος της παραγωγής, δηλαδή $E_t = t \cdot \frac{1}{D_t}$. Ποιά είναι η στοχαστική διαφορική εξίσωση της ανέλιξης E_t;

(**Α**) $\frac{1}{D_t}(1 - \mu t - \sigma^2 t)dt - \frac{1}{D_t}\sigma^2 t dW_t$

(**Β**) $\frac{1}{D_t}(1 - \mu t + \sigma^2 t)dt - \frac{1}{D_t}\sigma t dW_t$

(**Γ**) $\frac{t}{D_t}(\mu - \sigma)dt - \frac{1}{D_t}\sigma t dW_t$

(**Δ**) $\frac{t}{D_t}\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt - \frac{1}{D_t}\sigma^2 dW_t$

(**Ε**) $\frac{t}{D_t}\left(\mu - t - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt - \frac{1}{D_t}\sigma t dW_t$

14. Ο δείκτης Sharpe της μετοχής Α είναι 8%, ο δείκτης Sharpe της αγοράς είναι 20%, ο κίνδυνος της μετοχής Α είναι $\sigma_A = 75\%$ και ο κίνδυνος της αγοράς είναι $\sigma_M = 20\%$. Ποιο είναι το βήτα (beta) της μετοχής Α;

(Α) 0,90 **(Β)** 1,10 **(Γ)** 1,30 **(Δ)** 1,50 **(Ε)** 1,70

15. Το χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διασποράς δύο μετοχών Α και Β, που έχουν συντελεστή συσχέτισης -1/2, δημιουργείται τοποθετώντας το 65,116% του κεφαλαίου προς επένδυση στη μετοχή Α. Ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου ελάχιστης διασποράς είναι $\sigma_P = 15{,}2499\%$. Ποιοι είναι οι κίνδυνοι των δύο μετοχών;

(**Α**) $\sigma_A = 40\%$ $\sigma_B = 40\%$ (**Β**) $\sigma_A = 40\%$ $\sigma_B = 45\%$ (**Γ**) $\sigma_A = 40\%$ $\sigma_B = 25\%$

(**Δ**) $\sigma_A = 25\%$ $\sigma_B = 40\%$ (**Ε**) $\sigma_A = 25\%$ $\sigma_B = 45\%$

16. Μετά την αγορά από μια Τράπεζα 100.000 μετοχών αξίας 56 η κάθε μια, οι οποίες εκτελούν γεωμετρική κίνηση Brown με $\mu = 12\%$ και $\sigma = 42\%$, γίνεται σύσκεψη του Διοικητικού Συμβουλίου προκειμένου να καθοριστεί ο χρόνος διακράτησής τους έτσι ώστε το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο (VaR), να είναι όσο το επενδυόμενο κεφάλαιο, με βεβαιότητα 98% . Αν η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι 1,50%, μετά από πόσο χρόνο θα πρέπει να πουληθούν οι μετοχές; Δίδεται N(-2,053749) = 0,02.

(Α) 6,132 **(Β)** 6,904 **(Γ)** 7,516 **(Δ)** 8,319 **(Ε)** 9,111

17. Ποιο είναι το vega μιας μετοχής S τη χρονική στιγμή t, η οποία εκτελεί γεωμετρική κίνηση Brown με συντελεστές μ και σ;

(Α) $-S_t(W_t - \sigma t)$ **(Β)** $-S_t(\sigma t - W_t)$ **(Γ)** 0 **(Δ)** $\frac{1}{2}$ **(Ε)** 1

18. Για την τιμή της μετοχής X ισχύει η στοχαστική διαφορική εξίσωση $dX_t = 2\mu t dt + \sigma dW_t$ όπου W_t ανέλιξη Wiener. Ποια είναι η αναμενόμενη τιμή της στο t = ½ ;

(Α) $X_0 + \frac{\mu}{4}$ **(Β)** $X_0 + \frac{\mu}{2}$ **(Γ)** $X_0 + \mu$ **(Δ)** $X_0 + 2\mu$ **(Ε)** $X_0 + 4\mu$

19. Η εξίσωση της αποτελεσματικής μεθορίου (efficient frontier) όλων των μετοχών της αγοράς είναι η $\sigma^2 = 9{,}85r^2 - 2{,}885\,r + 0{,}237$, όπου r η επιθυμητή απόδοση και σ ο αντίστοιχος κίνδυνος. Το ακίνδυνο επιτόκιο είναι 1,2%. Επενδυτής θέλει να επιτύχει την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς καταρτίζοντας χαρτοφυλάκιο με δύο μόνο μετοχές των οποίων οι αποδόσεις και οι κίνδυνοι είναι $\mu_1 = 10\%, \sigma_1 = 28\%, \mu_2 = 20\%, \sigma_2 = 25\%$, ενώ ο συντελεστής συσχέτισής τους είναι 25%. Πόσο επιπλέον κίνδυνο σε σχέση με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της αγοράς αναλαμβάνει ο επενδυτής με το χαρτοφυλάκιο των δύο μετοχών;

(Α) 3,84% **(Β)** 4,91% **(Γ)** 5,17% **(Δ)** 6,24% **(Ε)** 7,04%

20. Αν W_t ανέλιξη Wiener, ποια από τις παρακάτω στοχαστικές ανελίξεις είναι martingale;

(**Α**) $W_t + W_t^2 + W_t^3 + W_t^4 - t \cdot (1 + 2t)$

(**Β**) $W_t + W_t^2 + W_t^3 + W_t^4 - t \cdot (1 + 3t)$

(**Γ**) $W_t + W_t^2 + W_t^3 + W_t^4 - t \cdot (1 + 4t)$

(**Δ**) $W_t + W_t^2 + W_t^3 + W_t^4 - t \cdot (1 + 5t)$

(**Ε**) $W_t + W_t^2 + W_t^3 + W_t^4 - t \cdot (1 + 6t)$

21. Ποια τιμή του συντελεστή διάχυσης σ στην αριθμητική κίνηση Brown $dX_t = \mu dt + \sigma dW_t$ εξασφαλίζει ότι σε μια δεδομένη χρονική στιγμή t_0 η πιθανότητα το X_{t_0} να πάρει θετική τιμή είναι 99,5% ;

(**Α**) $\dfrac{X_0 - \mu t_0}{\sqrt{t_0} \cdot N^{-1}(0{,}005)}$

(**Β**) $-\dfrac{X_0 + \mu t_0}{\sqrt{t_0} \cdot N^{-1}(0{,}005)}$

(**Γ**) $\dfrac{X_0 - \mu t_0}{\mu\sqrt{t_0} \cdot N^{-1}(0{,}005)}$

(**Δ**) $\dfrac{-X_0}{\mu\sqrt{t_0} \cdot N^{-1}(0{,}005)}$

(**Ε**) $\dfrac{-\mu X_0}{\mu\sqrt{t_0} \cdot N^{-1}(0{,}005)}$

22. Για μια ανέλιξη Wiener ο συντελεστής συσχέτισης των τυχαίων μεταβλητών W_1 και W_t είναι 0,50, ενώ ο συντελεστής συσχέτισης των τυχαίων μεταβλητών W_t και W_s είναι 0,40 όπου $1 < t < s$. Ποια είναι η χρονική στιγμή s;

(**Α**) 25 (**Β**) 20 (**Γ**) 16 (**Δ**) 9 (**Ε**) 4

23. Ένα δικαίωμα αγοράς (call option) κοστίζει 2,29. Αμέσως μετά την πώληση ενός δικαιώματος ο πωλητής διαισθανόμενος μεγάλη διακύμανση της τιμής της προσκείμενης στο δικαίωμα μετοχής κάνει delta hedging λαμβάνοντας δάνειο 6,43 με το ακίνδυνο επιτόκιο. Πόσες μετοχές θα πρέπει να αγοράσει προκειμένου να ολοκληρωθεί η διαδικασία της θωράκισης;

(**Α**) 10,72 (**Β**) 9,72 (**Γ**) 8,72 (**Δ**) 7,72 (**Ε**) 6,72

24. Η τυχαία μεταβλητή X παίρνει τις τιμές 1 ή 2 ή 3. Οι πιθανότητες να πάρει τις παραπάνω τιμές κάτω από το μέτρο **P** είναι 1/3 , 1/3 , 1/3 , ενώ οι αντίστοιχες πιθανότητες κάτω από το μέτρο **Q** είναι 1/4 , 1/4 , 1/2 . Να βρεθεί ο συντελεστής συσχέτισης των τυχαίων μεταβλητών d**Q**/d**P** και X κάτω από το μέτρο **P**.

(**Α**) $\frac{\sqrt{3}}{32}$ (**Β**) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (**Γ**) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (**Δ**) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (**Ε**) $\frac{\sqrt{3}}{2}$