ΕΝΩΣΗ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ	**ΕΝΤΥΠΟ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**	**F3W2.PR09**

Όνομα:	**Επίθετο:**			
Ημερομηνία:26/6/2019	**Πρωί:**		**Απόγευμα:**	**x**
Θεματική ενότητα:Χρηματοοικονομικά πρότυπα, ΚΩΔ Αε				

1. **(α)** Η αγορά αποτελείται από τέσσερις μετοχές για τις οποίες είναι: $r_A = 5\%$, $\sigma_A = 20\%$, $r_B = 8\%$, $\sigma_B = 15\%$, $r_\Gamma = 2\%$, $\sigma_\Gamma = 10\%$, $r_\Delta = 4\%$, $\sigma_\Delta = 25\%$. Οι τέσσερις μετοχές συμμετέχουν εξίσου στην αγορά. Χαρτοφυλάκιο δημιουργείται από τις μετοχές Α, Β , Γ με ίδια ποσοστά. Οι αποδόσεις των τριών μετοχών του χαρτοφυλακίου συσχετίζονται ως εξής : $\rho_{AB} = 0{,}60$, $\rho_{B\Gamma} = -0{,}40$, $\rho_{\Gamma A} = 0{,}20$.
(i) (2,5 βαθμοί) Ποιος είναι ο ιδιάζων και ποιος ο συστημικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου;
(ii) (2,5 βαθμοί)Αν ο κίνδυνος της αγοράς είναι $\sigma_M^2 = 0{,}04$, ποιο είναι το ακίνδυνο επιτόκιο;

(β) Θεωρούμε την αποτελεσματική μεθόριο ενός χαρτοφυλακίου.
(i) (1 βαθμός) Να εξηγήσετε τι είναι η αποτελεσματική μεθόριος (efficientfrontier).
(ii) (4 βαθμοί) Αν η εξίσωση της αποτελεσματικής μεθορίου του χαρτοφυλακίου είναι η $\sigma_P^2 = \alpha r^2 - br + \gamma$, ενώ η ακίνδυνη απόδοση είναι r_f , να βρείτε (α) την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς και (β) για ποια τιμή της ακίνδυνης απόδοσης δεν ορίζεται το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. (γ) Ποια τιμή της ακίνδυνης απόδοσης επιφέρει μηδενική απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς;

2. Οι εντάσεις ανατοκισμού παρατηρήθηκε ότι ακολουθούν το πρότυπο Vasicek. Μακροπρόθεσμα αναμένεται η τιμή 3,6%, τη χρονική στιγμή $t = 2$ αναμένεται η τιμή 3,941% , ενώ η σημερινή τιμή είναι 4%. Οι οικονομικοί αναλυτές επίσης δίνουν πιθανότητα 49,71% να υπερβεί η μακροπρόθεσμη τιμή την σημερινή τιμή.
(α) (4 βαθμοί) Να γραφεί η στοχαστική διαφορική εξίσωση των επιτοκίων της αγοράς καθώς και η λύση της (χωρίς απόδειξη).
(β) (4 βαθμοί) Ποια είναι η αξία ενός διετούς και ενός μονοετούς ομολόγου ονομαστικής αξίας 1 χωρίς κουπόνια;
(γ) (1 βαθμοί) Ποια είναι τα ισοδύναμα αποτελεσματικά επιτόκια των ομολόγων του δεύτερου ερωτήματος ;
(δ) (1 βαθμοί) Ποια είναι η μέση διάρκεια πληρωμών 1€ που θα γίνουν τις χρονικές στιγμές 1 και 2; Δίνεται N(0,00727)=0,5029.

3. **(α) (3 βαθμοί)** Θεωρούμε ένα ψηφιακό δικαίωμα αγοράς (digitalcalloption) επι της μετοχής S για το οποίο η τιμή άσκησης είναι K, ενώ η λήξη είναι σε χρόνο T. Η πτητικότητα της μετοχής είναι σ ενώ η ακίνδυνη ένταση ανατοκισμού είναι r. Να δείξετε ότι στην έναρξη, το Δέλτα (Delta) του δικαιώματος είναι :

$$\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi T}\right)\sigma S_0} e^{-rT-\frac{1}{2}d_2^2}$$

(β) (2 βαθμοί) Αν μετά την πώληση zψηφιακών δικαιωμάτων αγοράς (digitalcalloptions), θελήσει ο πωλητής να θωρακιστεί (hedge) έναντι μικρής μεταβολής της τιμής της μετοχής, να δείξετε ότι θα πρέπει να αγοράσει

$$\frac{z}{\left(\sqrt{2\pi T}\right)\sigma S_0} e^{-rT-\frac{1}{2}d_2^2} \text{μετοχές και } ze^{-rT}\left[N(d_2) - \frac{e^{-\frac{1}{2}d_2^2}}{\left(\sqrt{2\pi T}\right)\sigma}\right] \text{ομόλογα χωρίς κουπόνια, αξίας 1,}$$

με λήξη στην επόμενη χρονική στιγμή.

(γ) Έστω ένα μονοετές ψηφιακό δικαίωμα αγοράς (digitalcalloption) επι της μετοχής S, όπου $S_0 = K = 30$, $\sigma = 100\%$ ενώ το επιτόκιο είναι πάντα μηδέν. Επενδυτής πουλάει 2.000 ψηφιακά Δικαιώματα.

(i) (1 βαθμός) Ποια είναι η τιμή ενός τέτοιου ψηφιακού δικαιώματος που δεν επιφέρει βέβαιο κέρδος ; (nonarbitrageprice).

(ii) (1 βαθμός)Ο πωλητής των δικαιωμάτων με πόσες μετοχές και ομόλογα θα θωρακιστεί αμέσως μετά την πώληση έναντι του κινδύνου σχετικά μικρής μεταβολής της τιμής της μετοχής;

(iii) (3βαθμοί) Αν μετά από μία ημέρα ($t = 1/365$) η τιμή της μετοχής διαμορφωθεί σε 31, να δείξετε ότι αν ο επενδυτής δεν είχε θωρακιστεί η απώλειά του θα ήταν 23,796 , ενώ με την θωράκιση η απώλειά του είναι μόνο 0,3257.

Δίνονται : N(-0.5) = 0,308538 και N(-0,46648)=0,320436.

4. **(α)** Χαρτοφυλάκιο καταρτίζεται από τρείς μετοχές για τις οποίες οι αποδόσεις και οι κίνδυνοι είναι (μ_1, σ_1) , (μ_2 , σ_2) , (μ_3 , σ_3) . Και οι τρείς μετοχές είναι απολύτως θετικά συσχετισμένες μεταξύ τους. Ο χρηματοδότης του χαρτοφυλακίου απαιτεί στην έναρξη ,το χαρτοφυλάκιο να αποτελείται κατά το ήμισυ της αξίας του από τη δεύτερη μετοχή.

(i) **(3 βαθμοί)** Ποια σύνθεση χαρτοφυλακίου συναρτήσει των κινδύνων $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$εξασφαλίζει ότι το παραπάνω χαρτοφυλάκιο θα είναι ακίνδυνο;

(ii) **(1βαθμός)** Να δείξετε ότι με τη σύνθεση του προηγούμενου ερωτήματος, η ακίνδυνη απόδοση του χαρτοφυλακίου είναι:

$$\frac{1}{2(\sigma_1 - \sigma_3)} \cdot [\sigma_1(\mu_2 + \mu_3) + \sigma_2(\mu_3 - \mu_1) - \sigma_3(\mu_1 + \mu_2)]$$

(β) **(4βαθμοί)** Αν W_tανέλιξη Wiener, να δείξετε ότι η διασπορά της ανέλιξης W_t^3τη χρονική στιγμή $t = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$, είναι ίδια με τη διασπορά της ανέλιξης W_t^5τη χρονική στιγμή $t = \left(\frac{1}{1.701}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 0{,}23$.
Να δοθεί μια διαισθητική εξήγηση για αυτό.

(γ) **(2 βαθμοί)** Ποια είναι η τιμή ενός μονοετούς ευρωπαϊκού δικαιώματος αγοράς (calloption), όταν το επιτόκιο είναι πάντα μηδέν και η τιμή άσκησης ταυτίζεται με την αρχική τιμή της μετοχής.

5. Οι τιμές των μετοχών $A^{(1)}, A^{(2)}, \cdots, A^{(n)}$εκτελούν αριθμητική κίνηση Brown , με παραμέτρους μ_iκαι σ_iγια $i = 1, \cdots, n$.Επενδυτής αγοράζει στο $t = 0$ από μία μετοχή (δηλαδή μία μετοχή $A^{(1)}$, μία μετοχή $A^{(2)}$ κλπ.). Το παραπάνω χαρτοφυλάκιο μετοχών είναι προγραμματισμένο να κρατηθεί ακριβώς για ένα έτος. Το επιτόκιο της αγοράς είναι j.

(i) **(2 βαθμοί)** Να δείξετε ότι για τη μετοχή $A^{(i)}$, $i = 1, \cdots, n$το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο για ένα έτος, με βεβαιότητα α είναι $VaR^{(i)} = A_0^{(i)} \cdot j - \mu_i - \sigma_i N^{-1}(1 - \alpha)$,
όπου $A_t^{(i)}$η τιμή της μετοχής $A^{(i)}$τη χρονική στιγμή t και N^{-1} η αντίστροφη της αθροιστικής συνάρτησης της τυποποιημένης κανονικής κατανομής.

(ii) **(7βαθμοί)** Να δείξετε ότι για το χαρτοφυλάκιο των μετοχών $A^{(i)}$, $i = 1, \cdots, n$ το διακινδυνευόμενο κεφάλαιο για ένα έτος και με βεβαιότητα α είναι:
$VaR^{(P)} = VaR^{(1)} + \cdots + VaR^{(n)}$

(iii) **(1 βαθμός)** Για τη μετοχή S, που σήμερα αξίζει 15, εκτιμούμε με βεβαιότητα 98% ότι σε δύο έτη η τιμή της θα είναι πάνω από 11.Αν το επιτόκιο είναι 2% τι κεφάλαιο διακινδυνεύεται με βεβαιότητα 98%, αν η μετοχή Sπουληθεί σε δύο ακριβώς έτη;