



ΕΝΩΣΗ  
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΕΛΛΑΔΟΣ

**ΕΝΤΥΠΟ  
ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**F3W2.PR09**

**Όνομα:**

**Επίθετο:**

**Ημερομηνία: 5/7/2023**

**Πρωί:**

**Απόγευμα:**

**Θεματική ενότητα: Αναλογιστικά Πρότυπα Συμβάντων Ζωής και Θανάτου (Αγ)**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**

**Ερώτηση 1<sup>η</sup>**

Δίνεται ότι:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0,04 & , 0 < x < 40 \\ 0,05 & , x > 40 \end{cases}$$

Να υπολογισθεί η προσδοκώμενη ζωή του (25) μέσα στα επόμενα 25 έτη.

A. 14,0   B. 14,4   Γ. 14,8   Δ. 15,2   Ε. 15,6

**Ερώτηση 2<sup>η</sup>**

Δίνονται τα παρακάτω:

- i. Οι επιζώντες στην αρχή της ηλικίας 70 είναι 1.055.
- ii. Το μέσο πλήθος ετών των ατόμων  $l_{70}$  που θα επιβιώσουν στο διάστημα ηλικιών (70,71) αλλά πρόκειται να πεθάνουν μέσα σε αυτό το διάστημα είναι 0,450.
- iii. Ο κεντρικός ρυθμός θνησιμότητας για την ηλικία 70 είναι 0,1.

Να υπολογισθεί το πλήθος των επιζώντων στην αρχή της ηλικίας 71.

A. 940   B. 955   Γ. 967   Δ. 973   Ε. 976

### Ερώτηση 3<sup>η</sup>

Δίνονται τα παρακάτω:

i.

$x$	$l_x$	$d_x$
50	1000	20
51		
52		35
53		37

- ii. Η πιθανότητα άτομο ηλικίας 52 ετών να πεθάνει μέχρι την ηλικία 54 ετών είναι ίση με 0,07508.

Να υπολογιστεί το πλήθος των θανούτων  $d_{51}$ .

A. 20   B. 21   Γ. 22   Δ. 24   Ε. 26

### Ερώτηση 4<sup>η</sup>

Δίνονται τα παρακάτω:

- i.  $1.000 * P_{40} = 9,85$ .  
ii.  $q_{39} = 0,003$ .  
iii.  $i = 0,06$ .

Να υπολογισθεί το  $1.000 * P_{39}$ .

A. 9,16   B. 9,20   Γ. 9,28   Δ. 9,32   Ε. 9,39



### Ερώτηση 5<sup>η</sup>

Δίνονται τα παρακάτω:

- i. Η τυχαία μεταβλητή  $Z$  είναι η παρούσα αξία της ασφαλιστικής παροχής για μια αναβαλλόμενη 10 ετών ισόβια ασφάλιση ζωής με καταβολή της ασφαλιστικής παροχής τη στιγμή θανάτου του ασφαλισμένου.
- ii. Η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή και ίση με 0,01.
- iii. Η ένταση ανατοκισμού είναι ίση με
$$\delta(t) = \begin{cases} 0,06 & , 0 \ll t < 5 \\ 0,05 & , 0 \ll t < 10 \\ 0,04 & , t \gg 10 \end{cases}$$

Να υπολογισθεί η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής  $Z$ .

- A. 0,019      B. 0,021      Γ. 0,022      Δ. 0,023      Ε. 0,024

### Ερώτηση 6<sup>η</sup>

Κάτω από την υπόθεση της γραμμικότητας, ως προς  $s$ , της συνάρτησης  $v^s \cdot s p_x$ ,  $s \in (0,1)$ , να υπολογισθεί το περιοδικό ασφάλιστρο  $P_{x:\overline{2}|}^{(12)}$  για την κάλυψη της μικτής ασφάλισης.

Δίνεται ότι το τεχνικό επιτόκιο ισούται με  $i = 2,5\%$  και πίνακας

$t$	$q_{x+t}$
0	0,033
1	0,085
2	0,127

- A. 0,7991      B. 0,5091      Γ. 0,9013      Δ. 0,9569      Ε. 0,2855

Ερώτηση 7<sup>η</sup>

Έστω αναβαλλόμενη 30 ετών ισόβια ράντα ζωής παροχής μίας νομισματικής μονάδας για άτομο ηλικίας 35 ετών. Δίνονται τα εξής:

- i. B είναι το καθαρό ενιαίο ασφάλιστρο για αυτή την ράντα ζωής αν το καθαρό ενιαίο ασφάλιστρο επιστρέφεται σε περίπτωση θανάτου του ασφαλισμένου κατά τη διάρκεια της αναβαλλόμενης περιόδου. Η καταβολή γίνεται στο τέλος του έτους θανάτου του ασφαλισμένου.
- ii. C είναι το καθαρό ενιαίο ασφάλιστρο για αυτή τη ράντα ζωής αν το καθαρό ενιαίο ασφάλιστρο δεν επιστρέφεται σε περίπτωση θανάτου του ασφαλισμένου.

Ποιες από τις παρακάτω επιλογές εκφράζουν τη διαφορά B – C;

- I. 
$$\frac{A_{35:\overline{30}|} * {}_{30}\ddot{a}_{35}}{1 - A_{35:\overline{30}|}^1}$$
- II. 
$$\frac{A_{35:\overline{30}|}^1 * (A_{35:\overline{30}|} - A_{35})}{d * (1 - A_{35:\overline{30}|}^1)}$$
- III. 
$$\frac{(1 - d * \ddot{a}_{35:\overline{30}|}) * {}_{30}\ddot{a}_{35}}{d * \ddot{a}_{35:\overline{30}|}}$$

- A. Καμία    B. Μόνο η I    Γ. Μόνο η II    Δ. Μόνο η III  
E. Η σωστή απάντηση δεν δίνεται από τις A, B, Γ και Δ.

### Ερώτηση 8<sup>η</sup>

Να υπολογισθεί το  $P_{x+n}$  δοθέντως ότι:

i.  $P_{x:\overline{n}|}^1 = 0,010$  ii.  ${}^{\square}P_x = 0,03$  iii.  $P_{x:\overline{n}|} = 0,042$  iv.  $d = 0,02$

A. 0,018 B. 0,025 Γ. 0,033 Δ. 0,038 E. 0,043

### Ερώτηση 9<sup>η</sup>

Κατά την πληρωμή της παροχής θανάτου, ο δικαιούχος του ασφαλισματος ηλικίας 40 ετών έχει τις εξής επιλογές:

- Εφάπαξ ποσό 10.000€.
- Ετήσιες πληρωμές ύψους  $K$  στην αρχή κάθε έτους εγγυημένες για 10 έτη και στη συνέχεια ισοβίως για όσο είναι εν ζωή.

Οι παραπάνω επιλογές είναι αναλογιστικά ισοδύναμες.

Να υπολογισθεί το  $K$ .

Δίνονται:  $i = 0,04$ ,  $A_{40} = 0,3$ ,  $A_{50} = 0,35$ ,  $A_{40:\overline{10}|}^1 = 0,09$ .

A. 538 B. 543 Γ. 545 Δ. 548 E. 549

### Ερώτηση 10<sup>η</sup>

Για μια ειδική ισόβια ασφάλιση σε άτομο (45), δίνονται:

- i. Το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο καταβάλλεται στην αρχή κάθε έτους.
- ii. Το κεφάλαιο θανάτου ισούται με 2.000 νομισματικές μονάδες και άτοκη επιστροφή όλων των ασφαλιστρών που έχουν καταβληθεί.
- iii. Το κεφάλαιο θανάτου καταβάλλεται στο τέλος του έτους θανάτου του ασφαλισμένου.
- iv.  $A_{45} = 0,42898$
- v.  $(IA)_{45} = 6,16761$
- vi.  $i = 0,05$

Να υπολογισθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο για αυτή την ασφάλιση.

A. 73,66    B. 150,25    Γ. 95,36    Δ. 147,32    Ε. 100,79

### Ερώτηση 11<sup>η</sup>

Για μια ειδική ισόβια συνταξιοδοτική ασφάλιση, αναβαλλομένη τρία έτη σε άτομο (x), δίνονται:

- i.  $i = 0,05$
- ii. Η σύνταξη προκαταβάλλεται και το ποσό της πρώτης ετήσιας σύνταξης είναι 2.000 νομισματικές μονάδες.
- iii. Το ποσό της ετήσιας σύνταξης των επόμενων ετών αυξάνει κατά 5% ετησίως.
- iv. Δεν υπάρχει παροχή θανάτου κατά τη διάρκεια της περιόδου αναβολής των τριών ετών.
- v. Τα ασφάλιστρα είναι σταθερά και καταβάλλονται στην αρχή καθενός από τα τρία πρώτα έτη.
- vi.  $e_x = 11,05$ .
- vii. Πίνακας

k	1	2	3
${}_kP_x$	0,99	0,98	0,97

Να υπολογισθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο.

A. 5.152,35    B. 5.488,93    Γ. 5.305,20    Δ. 4.999,28    Ε. 5.539,79

### Ερώτηση 12<sup>η</sup>

Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας

x	$l_x$
60	80.625
61	79.954
62	78.839
63	77.575

Να υπολογίσετε την πιθανότητα  $1000 \cdot {}_{0,8}q_{60,7}$ , χρησιμοποιώντας την υπόθεση Balducci για την θνησιμότητα σε κάθε ακέραιο έτος ηλικίας.

A. 9,47   B. 8,67   Γ. 9,06   Δ. 8,94   E. 8,56

### Ερώτηση 13<sup>η</sup>

#### PRODUCT

TYPE OF INSURANCE: Endowment.

DURATION OF INSURANCE: 5 years.

PREMIUMS:  $\bar{P}(\bar{A}_{70:\overline{5}|}) = 2.057$ .

SUM INSURED: €10.000 πληρωτέο κατά τη χρονική στιγμή επέλευσης της ασφαλιστικής περίπτωσης.

#### TECHNICAL BASIS

AGE AT ISSUE: 70.

FORCE OF INTEREST: 3%.

DECREMENTS: Death.

PROBABILITIES OF SURVIVAL:  $p_{72} = 0,960376$  και  $p_{73} = 0,956702$ .

RESERVES:  ${}_2\bar{V}(\bar{A}_{70:\overline{5}|}) = 3.644,39$ .

FRACTIONAL AGE ASSUMPTION: Woolhouse's formula.

Να υπολογιστεί το Μαθηματικό Απόθεμα (Benefit Reserve) στο τέλος του 4<sup>ου</sup> έτους.

A) 7.689,47   B) 7.700,18   Γ) 7.711,92   Δ) 7.722,03   E) 7.733,82



Ερώτηση 14<sup>η</sup>

**PRODUCT**

TYPE OF INSURANCE: Term.

DURATION OF INSURANCE: 1 year.

PREMIUMS:  $P^{(3)} \left( A_{1 \overline{1}|}^{(4)} \right) = 1.996,33$ .

SUM INSURED: €10.000.

**TECHNICAL BASIS**

AGE AT ISSUE: 90.

EFFECTIVE INTEREST RATE: 3%.

DECREMENTS: Death.

MORTALITY:  $q_{90} = 0,1888$ .

FRACTIONAL AGE ASSUMPTION: Uniform Distribution of Deaths.

Να υπολογιστεί το  ${}_{0,5}V^{(3)} \left( A_{1 \overline{1}|}^{(4)} \right)$ .

- A) 379,25      B) 382,71      Γ) 385,48      Δ) 388,94      Ε) 391,84

Ερώτηση 15<sup>η</sup>

**PRODUCT**

TYPE OF INSURANCE: Endowment.

DURATION OF INSURANCE: 20 years.

PREMIUMS:  $P^{(4)} \left( A_{70:\overline{20}|}^{(4)} \right) = 745,93$ .

SUM INSURED: €10.000.

**TECHNICAL BASIS**

AGE AT ISSUE: 70.

EFFECTIVE INTEREST RATE: 3%.

DECREMENTS: Death.

ANNUITIES:  $\ddot{a}_{79:\overline{11}|} = 6,2830$ ,  $a_{79:\overline{11}|} = 5,4640$ .

FRACTIONAL AGE ASSUMPTION: Woolhouse's formula.

Να υπολογιστεί το  ${}_{9}V^{(4)} \left( A_{70:\overline{20}|}^{(4)} \right)$ .

- A) 3.782,40    B) 3.795,33    Γ) 3.805,17    Δ) 3.812,64    Ε) 3.823,29

**Ερώτηση 16<sup>η</sup>**

Δίνεται ζεύγος ανεξάρτητων ζώνων (70:65) με  ${}^5q_{70} = 0,1844$  και  ${}^5q_{65} = 0,1218$ .

Ζητείται η πιθανότητα του ενδεχομένου «να αποβιώσει μόνο μία από τις δύο ζωές εντός της επόμενης πενταετίας».

- A) 0,2508      B) 0,2613      Γ) 0,2718      Δ) 0,2784      E) 0,2827

**Ερώτηση 17<sup>η</sup>**

Δίνεται η από κοινού αθροιστική συνάρτηση κατανομής του χρόνου απομένουσας ζωής των ατόμων (70) και (65):

$$F_{T_{70}, T_{65}}(s, t) = 5 \times 10^{-5} [s^4 + t^4 - (t - s)^4], \quad 0 < s \leq 10, \quad 0 < t \leq 10.$$

Να υπολογιστεί η πιθανότητα  ${}^5q_{70:65}$ .

- A) 0,9360      B) 0,9365      Γ) 0,9370      Δ) 0,9375      E) 0,9380

**Ερώτηση 18<sup>η</sup>**

Δίνεται  $i = 3\%$  και ο κάτωθι πίνακας:

$x$	$p_x$
69	0,969632
70	0,966817
71	0,963739

Να υπολογιστεί το  $A_{\overline{1}|_{69:70}:21}$ , υπό την υπόθεση της ανεξαρτησίας των μελλοντικών χρόνων ζωής των ατόμων.

- A) 0,121022      B) 0,123117      Γ) 0,124154      Δ) 0,125196      E) 0,125935

Ερώτηση 19<sup>η</sup>

Δίνεται ο πίνακας των πιθανοτήτων που αφορούν στον θάνατο ( $d$ ) και στη συνταξιοδότηση ( $r$ ) σ' ένα περιβάλλον διπλού αιτίου απομείωσης του πληθυσμού:

$x$	$q_x^{(d)}$	$q_x^{(r)}$
65	0,02	0,05
66	0,03	0,06
67	0,04	0,07
68	0,05	0,08

Να υπολογιστεί η διαφορά  ${}_{2|}p_{65}^{(r)} - {}_{2|}q_{66}^{(d)} - {}_{2}q_{67}^{(r)}$ .

- A) 0,6619    B) 0,6628    Γ) 0,6637    Δ) 0,6646    Ε) 0,6659

Ερώτηση 20<sup>η</sup>

Με βάση τον πίνακα πιθανοτήτων της προηγούμενης ερώτησης, να υπολογίσετε τη διαφορά  $q'_{68}{}^{(r)} - q'_{65}{}^{(d)}$ .

- A) 0,06137    B) 0,06143    Γ) 0,06149    Δ) 0,06155    Ε) 0,06161



Ερώτηση 21<sup>η</sup>

**PRODUCT**

TYPE OF INSURANCE: Ράντα καταβαλλόμενη σε συνεχή χρόνο.

BENEFIT: €10.000/έτος.

DURATION OF INSURANCE: Ισόβια.

DEFERRAL PERIOD: Έως την ηλικία 65.

PREMIUMS: Καταβαλλόμενα σε συνεχή χρόνο, καθ' όλη τη διάρκεια της περιόδου αναβολής της ράντας (deferral period).

DEATH BENEFIT: Τα συσσωρευμένα ασφάλιστρα, ανατοκισμένα με το ίδιο επιτόκιο που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των ασφαλίσεων, καταβλητέα κατά τη χρονική στιγμή θανάτου του ασφαλισμένου. Η παροχή «θανάτου» ισχύει μόνο κατά την περίοδο αναβολής της ράντας.

WITHDRAWAL BENEFIT: Ίδιο με την παροχή λόγω «θανάτου» (death benefit). Η παροχή λόγω «απόσυρσης» από το ασφαλιστήριο συμβόλαιο (withdrawal benefit) ισχύει μόνο κατά την περίοδο αναβολής της ράντας.

**TECHNICAL BASIS**

DECREMENTS: Death & Withdrawal.

FORCE OF INTEREST: 3%.

FORCE OF MORTALITY:  $\mu_x^{(d)} = 0,001, \forall x$ .

FORCE OF WITHDRAWAL:  $\mu_x^{(w)} = 0,18, \forall x$ .

AGE AT ISSUE: 45

Να υπολογιστεί το Ετήσιο Καθαρό Ασφάλιστρο (Level Benefit Premium).

- A) 11.766    B)11.768    Γ)11.772    Δ)11.776    Ε)11.778

Ερώτηση 22<sup>η</sup>

Θεωρείστε το «permanent disability model» με εντάσεις μετάβασης  $\mu_x^{01} = 0,0279$  και  $\mu_x^{02} = \mu_x^{12} = 0,0229, \forall x$ .

Να υπολογιστεί η πιθανότητα  ${}_{10}p_{60}^{01}$ .

- A) 0,1887    B) 0,1936    Γ) 0,2004    Δ) 0,2093    Ε) 0,2141

Ερώτηση 23<sup>η</sup>

**PRODUCT**

TYPE OF INSURANCE: Disability Income Insurance.

INSURANCE COVER: Σε περίπτωση αναπηρίας του ασφαλισμένου πριν από την ηλικία 37.

DISABILITY BENEFIT: Μηνιαίως €2.000 έως την ηλικία 42.

PREMIUMS: Ετήσιο ασφάλιστρο ύψους €118,54 με Περίοδο Πληρωμής Ασφαλίσεων ίση με την διάρκεια κάλυψης του κινδύνου.

**TECHNICAL BASIS**

EFFECTIVE INTEREST RATE: 3%.

AGE AT INCEPTION OF INSURANCE: 35.

WAITING PERIOD: Έξι μήνες.

x	$l_x^{(\tau)}$	$d_x^{(d)}$	$d_x^{(w)}$	$d_x^{(i)}$
35	45.730	64	2.693	46
36	42.927	64	1.927	43
37	40.893	65	1.431	45

x	${}_{\overline{6} }p_x^i$	x	$\ddot{a}_{[x:\overline{1}]}^{(12)i}$	$\ddot{a}_{[x:\overline{6}]}^{(12)i}$
36	0,99786	36	0,985627	5,46767

Να υπολογιστεί το απόθεμα καθαρού ασφαλίστρου στο τέλος του πρώτου έτους ασφάλισης.

- A) -10,56    B) -12,43    Γ) 10,74    Δ) 12,19    Ε) -18,33

Ερώτηση 24<sup>η</sup>

**PRODUCT**

TYPE OF INSURANCE: Rider σε βασική ασφάλιση.

INSURANCE COVER: Σε περίπτωση μόνιμης ανικανότητας προς εργασία.

INSURANCE BENEFIT: Απαλλαγή πληρωμής ασφαλίστρων (Waiver of Premium).

PREMIUMS: Η βασική ασφάλιση προβλέπει εξαμηνιαίο ασφαλιστρο ύψους €250, με ισόβια περίοδο πληρωμής ασφαλίστρων.

**TECHNICAL BASIS**

EFFECTIVE INTEREST RATE: 3%.

AGE AT INCEPTION OF INSURANCE: 40.

WAITING PERIOD: Τέσσερις μήνες.

FRATIONAL AGE ASSUMPTION: Uniform Distribution of Decrements.

SIMPLIFICATIONS:

Να χρησιμοποιήσετε τον τύπο που προκύπτει:

- εάν λάβετε υπόψη μόνο όσους ασφαλισμένους παραμένουν ανίκανοι προς εργασία μετά την περίοδο αναμονής (waiting period) και
- με χρήση του κανόνα ολοκλήρωσης του μέσου σημείου.

x	$l_x^{(\tau)}$	$d_x^{(d)}$	$d_x^{(w)}$	$d_x^{(i)}$
40	36.943	78	813	52
55	27.006	240	213	157
56	26.396	259	182	169

x	$q_{[x]}^i$	x	$\ddot{a}_{[x]}^{(2)i}$
55	0,0090	56	15,721

Να υπολογίσετε την αναλογιστική παρούσα αξία της παροχής του *Rider*, σταθμισμένη με την πιθανότητα η αναπηρία να συμβεί κατά τη διάρκεια μεταξύ του τρίτου και του έκτου μήνα του 16<sup>ου</sup> έτους ασφάλισης.

- A) 5,2985    B) 6,0005    Γ) 7,1255    Δ) 8,3947    Ε) 9,9458